

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**ДВНЗ «ПРИКАРПАТСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**  
**ІМЕНІ ВАСИЛЯ СТЕФАНИКА»**

Факультет математики та інформатики

Кафедра диференціальних рівнянь і прикладної математики

**СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

**Комбінаторний аналіз**

Освітня програма Прикладна математика

Спеціальність 113 Прикладна математика

Галузь знань 11 Математика та статистика

Затверджено на засіданні кафедри  
Протокол № 1 від 31 серпня 2021 р.

## **ЗМІСТ**

1. Загальна інформація
2. Анотація до курсу
3. Мета та цілі курсу
4. Результати навчання (компетентності)
5. Організація навчання курсу
6. Система оцінювання курсу
7. Політика курсу
8. Рекомендована література

<b>1. Загальна інформація</b>			
Назва дисципліни	<b>Комбінаторний аналіз</b>		
Викладач	Кандидат фізико-математичних наук, доцент Гой Тарас Петрович		
Контактний телефон викладача	+38(050)2793433		
Е-mail викладача	<a href="mailto:taras.goy@pnu.edu.ua">taras.goy@pnu.edu.ua</a>		
Формат дисципліни	Очний		
Обсяг дисципліни	6 кредитів ЄКТС		
Сайт дистанційного навчання	<a href="http://www.d-learn.pu.if.ua/index.php?">http://www.d-learn.pu.if.ua/index.php?</a>		
Консультації	Очні консультації: згідно з розкладом консультацій		
<b>2. Анотація до курсу</b>			
<p>Вибіркова навчальна дисципліна «Комбінаторний аналіз» знайомить здобувачів освіти з важливими у застосуваннях розділами комбінаторики (комбінаторного аналізу). Комбінаторні методи застосовуються у теорії випадкових процесів, статистиці, математичному програмуванні, обчислювальній математиці, плануванні експериментів тощо. У математиці комбінаторика використовується, зокрема, при вивченні скінченних геометрій, комбінаторної геометрії, теорії зображень представлень груп, несоціативних алгебрах.</p> <p>Важливість практичних застосувань методів комбінаторного аналізу у різних сферах людської діяльності зумовлює запровадження цієї навчальної компоненти для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня вищої освіти.</p>			
<b>3. Мета та цілі курсу</b>			
Метою навчальної дисципліни є ознайомлення з сучасними методами розв'язування задач комбінаторного аналізу, які виникають при розв'язуванні різноманітних прикладних задач.			
<b>4. Результати навчання (компетентності)</b>			
<b>Результати навчання:</b>			
РН01. Демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій прикладної математики і використовувати їх на практиці.			
РН04. Виконувати математичний опис, аналіз та синтез дискретних об'єктів та систем, використовуючи поняття й методи дискретної математики та теорії алгоритмів.			
<b>Компетентності:</b>			
ЗК08. Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності.			
ФК02. Здатність виконувати завдання, сформульовані у математичній формі.			
<b>5. Організація навчання курсу</b>			
Обсяг курсу – <b>180 год.</b>			
Вид заняття		Загальна кількість годин	
Лекції		<b>24</b>	
Лабораторні		<b>40</b>	
Самостійна робота		<b>116</b>	
Ознаки курсу			
Семестр	Спеціальність	Курс (рік навчання)	Нормативний / Вибірковий
<b>4</b>	<b>113 Прикладна математика</b>	<b>2</b>	Вибірковий

Тематика курсу					
Тема, план	Форма заняття	Література	Завдання, год	Вага оцінки	Термін виконання
<b>Тема 1. Комбінаторика множин.</b> Булеан множин та його потужність. Перестановки та сполучення на множинах. Розбиття чисел та множин.	2 лекції, 3 лабор. заняття	[1,2, 4-8]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до лаборат. заняття	0,1	До наступного заняття за розкладом
<b>Тема 2. Комбінаторика мультимножин.</b> Мультибулеан та його потужність. Перестановки мультимножин та мультиноміальна формула. Сполучення на мультимножинах та узагальнений трикутник Паскаля. Розбиття впорядкованих множин.	2 лекції, 3 лабор. заняття	[1, 4-8]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практик. заняття	0,1	До наступного заняття за розкладом
<b>Тема 3. Метод генератрис.</b> Генератриса біноміальних коефіцієнтів та тотожності з біноміальними коефіцієнтами. Матриці Гессенберга та генератриса лінійних рекурентних співвідношень.	2 лекції, 3 лабор. заняття	[1, 4-9]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практик. заняття	0,1	До наступного заняття за розкладом
<b>Контрольна робота №1</b>	Лабор. заняття	[1-9]		0,2	
<b>Тема 4. Принцип включення-виключення.</b> Принцип включення-виключення в теорії чисел. Метод решета комбінаторному аналізу.	2 лекції, 3 лабор. заняття	[1,2, 4-8]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практик. заняття	0,1	До наступного заняття за розкладом
<b>Тема 5. Комбінаторні числа та числові трикутники. Факторіальні числові трикутники.</b> Числа Стірлінга, Бернуллі, Ейлера, Белла та числові трикутники. Факторіальні числові трикутники.	2 лекції, 3 лабор. заняття	[1,3, 4-8]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практик. заняття	0,1	До наступного заняття за розкладом
<b>Тема 6. Лінійні рекурентні співвідношення та матриці Гессенберга.</b> Рекурсії. Матриці Гессенберга та їх властивості. Застосування матриць та визначників Гессенберга.	2 лекції, 3 лабор. заняття	[2,3]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практик. заняття	0,1	До наступного заняття за розкладом
<b>Контрольна робота №2</b>	Лабор. заняття	[1-9]		0,2	

<b>6. Система оцінювання курсу</b>	
Загальна система оцінювання курсу	<p><b>Система оцінювання – 100 балів</b> (упродовж семестру)</p> <p><b>“відмінно”</b> – студент демонструє повні і глибокі знання навчального матеріалу, достовірний рівень розвитку умінь та навичок, правильне й обґрунтоване формулювання практичних висновків, наводить повний обґрунтований розв’язок прикладів та задач, аналізує причинно-наслідкові зв’язки; вільно володіє науковими термінами;</p> <p><b>“добре”</b> – студент демонструє повні знання навчального матеріалу, але допускає незначні пропуски фактичного матеріалу, вміє застосувати його до розв’язання конкретних прикладів та задач, у деяких випадках нечітко формулює загалом правильні відповіді, допускає окремі несуттєві помилки та неточності в розв’язках;</p> <p><b>“задовільно”</b> – студент володіє більшою частиною фактичного матеріалу, але викладає його не досить послідовно і логічно, допускає істотні пропуски у відповідях, не завжди вміє правильно застосувати набуті знання до розв’язання конкретних прикладів та задач, нечітко, а інколи й невірно формулює основні твердження та причинно-наслідкові зв’язки;</p> <p><b>“незадовільно”</b> – студент не володіє достатнім рівнем необхідних знань, умінь, навичок, науковими термінами.</p>
Вимоги до контрольних робіт	Студенти виконують дві контрольні роботи. Головна мета контрольних робіт – перевірка самостійної роботи студентів в процесі навчання, виявлення ступеня засвоєння ними теоретичних положень курсу.
Лабораторні заняття	Лабораторне заняття проводиться з метою формування у студентів умінь і навичок з предмету, вирішення сформульованих завдань, їх перевірка та оцінювання. За метою і структурою лабораторні заняття є важливою ланкою, яка пов’язує теоретичне навчання і практичну роботу з дисципліни, а також передбачає попередній контроль знань студентів. Оцінка за лабораторне заняття враховується при виставленні підсумкової оцінки з дисципліни – заліку.
Умови допуску до підсумкового контролю (екзамен)	<ul style="list-style-type: none"> <li>– оцінка за поточне тестування (10 балів);</li> <li>– оцінка за відповіді на всі основні та додаткові запитання під час лабораторних занять (15 балів);</li> <li>– оцінка за контрольну роботу (15 балів);</li> <li>– оцінка за самостійну роботу (10 балів).</li> </ul>
<b>7. Політика курсу</b>	
<p>– самостійне виконання навчальних завдань, завдань поточного та підсумкового контролю результатів навчання (для осіб з особливими освітніми потребами ця вимога застосовується з урахуванням їхніх індивідуальних потреб і можливостей);</p> <p>– посилення на джерела інформації у разі використання ідей, розробок, тверджень, відомостей;</p> <p>– надання достовірної інформації про результати власної навчальної (наукової) діяльності, використанні методики досліджень і джерела інформації.</p> <p>Засвоєння пропущеної теми лекції з поважної причини перевіряється під час складання підсумкового контролю. Пропуск лекції з неповажної причини відпра-</p>	

цьовується студентом відповідно до вимог кафедри, що встановлені на засіданні кафедри (співбесіда, реферат тощо).

Пропущені практичні заняття, незалежно від причини пропуску, студент відпрацьовує згідно з графіком консультацій. Поточні та незадовільні оцінки, отримані студентом під час засвоєння відповідної теми на практичному занятті, перескладаються до складання підсумкового контролю.

Крім того, підсумковий семестровий контроль здобувачів освіти може здійснюватися з використанням технологій дистанційного навчання; з метою контролю виконання завдань заліку в дистанційній формі викладач має право протягом усього заходу користуватись засобами інформаційно-комунікаційного зв'язку, які дозволяють ідентифікувати здобувача освіти (Zoom, Google Meet тощо).

Програма навчальної компоненти передбачає перезарахування кредитів освітніх компонентів, отриманих здобувачами, які навчались за програмою академічної мобільності, неформальної освіти за наявності відповідних підтверджуючих документів. Передбачено розробка аудіо-курсу, дистанційних online курсів для здобувачів з особливими освітніми проблемами інклюзивної освіти.

## 8. Рекомендована література

1. Бушмакін В.М., Гануліч В.К., Мохонько А.З., Томецька С.І., Тимошенко Н.М. Комбінаторика. Львів: Львівська політехніка. 2002. 196 с.
2. Заторський Р. А. Деякі методи та задачі комбінаторного аналізу (Спеціальний курс математики). – Івано-Франківськ : ЛПК, 2006. – 136 с.
3. Заторський Р. А. Числення трикутних матриць та його застосування. – Івано-Франківськ : Сімик, 2010. – 384 с.
4. Bona M. (ed.) Handbook of Enumerative Combinatorics. Boca Raton : Chapman and Hall/CRC. 2015. 1086 p.
5. Bona M. Combinatorics of Permutations. Boca Raton : Chapman and Hall/CRC, 2012. 478 p.
6. Cameron P.J. Notes on Counting: An Introduction to Enumerative Combinatorics. Cambridge : Cambridge University Press. 2017. 234 p.
7. Charalambides Ch. A. Enumerative Combinatorics. Cambridge : Cambridge University Press. 2021. 642 p.
8. Mező I. Combinatorics and Number Theory of Counting Sequences. Boca Raton: CRC Press, 2020. 499 p.
9. Spivey M. Z. The Art of Proving Binomial Identities. Boca Raton: CRC Press. 2019. 368 p.

Викладач

Гой Т.П.