

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ПРИКАРПАТСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ВАСИЛЯ СТЕФАНИКА

Факультет/інститут математики та інформатики

Кафедра диференціальних рівнянь і прикладної математики

СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Функціональний аналіз та теорія міри

Освітня програма Прикладна математика

Спеціальність 113 Прикладна математика

Галузь знань 11 Математика та статистика

Затверджено на засіданні кафедри
Протокол № 1 від 31.08.2022 р.

ЗМІСТ

1. Загальна інформація
2. Анотація до курсу
3. Мета та цілі курсу
4. Компетентності
5. Результати навчання
6. Організація навчання курсу
7. Система оцінювання курсу
8. Політика курсу
9. Рекомендована література

1. Загальна інформація			
Назва дисципліни	Функціональний аналіз та теорія міри		
Викладач (-і)	д. ф.м.н., проф. Дмитришин М.І.		
Контактний телефон викладача	(0342)596027		
Е-mail викладача	marian.dmytryshyn@pnu.edu.ua		
Формат дисципліни	Очний		
Обсяг дисципліни	90 год./3 кредити		
Посилання на сайт дистанційного навчання	https://api.d-learn.pnu.edu.ua/		
Консультації	Очні консультації: згідно розкладу консультацій		
2. Анотація до курсу			
Предметом вивчення дисципліни «Функціональний аналіз та теорія міри» є основні положення функціонального аналізу і загальної теорії міри, включаючи елементи теорії множин, загальної теорії неперервних відображень в метричних і топологічних просторах, теорії інтегрування, теорії лінійних функціоналів і операторів, спектральної теорії операторів, а також їх застосування для розв'язування практичних задач.			
3. Мета та цілі курсу			
Метою вивчення навчальної дисципліни є оволодіння основними положеннями функціонального аналізу і загальної теорії міри. Основними цілями вивчення дисципліни є формування теоретичних основ і практичних навиків використання основних положень функціонального аналізу і загальної теорії міри для подальшої навчальної і практичної діяльності студентів.			
4. Компетентності			
ЗК02. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях. ЗК06. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу. ФК01. Здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем. ФК03. Здатність обирати та застосовувати математичні методи для розв'язування прикладних задач, моделювання, аналізу, проектування, керування, прогнозування, прийняття рішень.			
5. Результати навчання			
РН01. Демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій прикладної математики і використовувати їх на практиці. РН02. Володіти основними положеннями та методами математичного, комплексного та функціонального аналізу, лінійної алгебри та теорії чисел, аналітичної геометрії, теорії диференціальних рівнянь, зокрема рівнянь з частинними похідними, теорії ймовірностей, математичної статистики та випадкових процесів, чисельними методами.			
6. Організація навчання курсу			
Обсяг курсу			
Вид заняття		Загальна кількість годин	
лекції		16 год.	
семінарські заняття / практичні / лабораторні		14 год.	
самостійна робота		60 год.	
Ознаки курсу			
Семестр	Спеціальність	Курс (рік навчання)	Нормативний / вибірковий

4	Прикладна математика	2	нормативна		
Тематика курсу					
Тема, план	Форма заняття	Література	Завдання, год	Вага оцінки	Термін виконання
1. Множини. Системи множин. Поняття множини. Операції над множинами. Зліченні та незліченні множини. Потужність множини. Канторова множина. Кільце множин. Алгебра множин.	Лекція (1 год.) Практичне (1 год)	[1-9]	Аналіз матеріалів теми (2 год.) Індивідуальне завдання (2 год.)	1 1	Протягом семестру згідно з розкладом занять
2. Метричні і топологічні простори Означення та приклади метричних просторів. Збіжність. Відкриті і замкнені множини. Повні метричні простори. Топологічні простори. Компактність.	Лекція (1 год.) Практичне (1 год)	[1-9]	Аналіз матеріалів теми (2 год.) Індивідуальне завдання (2 год.)	1 1	Протягом семестру згідно з розкладом занять
3. Міра плоских множин. Загальне поняття міри Міра елементарних множин. Лебегова міра плоских множин. Загальне поняття міри. Продовження міри з півкільця на кільце. Адитивність і σ - адитивність міри.	Лекція (1 год.) Практичне (1 год)	[1-9]	Аналіз матеріалів теми (2 год.) Індивідуальне завдання (2 год.)	1 1	Протягом семестру згідно з розкладом занять
4. Лебегове продовження міри. Лебегове продовження міри, визначеної на півкільці. Поняття про σ - скінченні міри. Продовження міри за Жорданом. Однозначність продовження міри.	Лекція (1 год.) Практичне (1 год)	[1-9]	Аналіз матеріалів теми (2 год.) Індивідуальне завдання (2 год.)	1 1	Протягом семестру згідно з розкладом занять
5. Вимірні функції. Означення та властивості вимірних функцій. Дії над вимірними функціями. Еквівалентність. Збіжність майже скрізь. Теорема Єгорова. Збіжність за мірою.	Лекція (1 год.) Практичне (0,5 год)	[1-9]	Аналіз матеріалів теми (2 год.) Індивідуальне завдання (2 год.)	1 1	Протягом семестру згідно з розкладом занять

6. Інтеграл Лебега. Означення інтеграла Лебега на множині скінченної міри. Властивості інтеграла Лебега. Граничний перехід під знаком інтеграла Лебега. Порівняння інтегралів Лебега і Рімана.	Лекція (1 год.) Практичне (0,5 год)	[1-9]	Аналіз матеріалів теми (2 год.) Індивідуальне завдання (2 год.)	1 1	Протягом семестру згідно з розкладом занять
7. Прямі добутки систем множин і мір. Добутки систем множин. Добутки мір. Теорема Фубіні.	Лекція (1 год.) Практичне (1 год)	[1-9]	Аналіз матеріалів теми (2 год.) Індивідуальне завдання (2 год.)	1 1	Протягом семестру згідно з розкладом занять
8. Невизначений інтеграл Лебега. Монотонні функції. Диференційовність інтеграла по верхній межі. Похідна невизначеного інтеграла Лебега. Абсолютно неперервні функції. Інтеграл Лебега як функція множини. Теорема Радона-Нікодима. Міри та інтеграл Лебега-Стільтьєса.	Лекція (1 год.) Практичне (0,5 год)	[1-9]	Аналіз матеріалів теми (2 год.) Індивідуальне завдання (2 год.)	1 1	Протягом семестру згідно з розкладом занять
Контроль самостійної роботи	ДКР			15	Протягом семестру згідно з розкладом занять
9. Повні метричні простори. Означення і приклади повних метричних просторів. Теорема про вкладені кулі. Теорема Бера. Принцип стискаючих відображень. Застосування принципу стискаючих відображень.	Лекція (1 год.) Практичне (0,5 год)	[1-9]	Аналіз матеріалів теми (2 год.) Індивідуальне завдання (2 год.)	1 1	Протягом семестру згідно з розкладом занять
10. Лінійні та нормовані простори Означення і приклади лінійних просторів. Підпростори. Факторпростори. Лінійні функціонали. Опуклі множини і опуклі функціонали. Нормовані простори.	Лекція (1 год.) Практичне (1 год)	[1-9]	Аналіз матеріалів теми (2 год.) Індивідуальне завдання (2 год.)	1 1	Протягом семестру згідно з розкладом занять

11. Евклідові простори Означення та приклади. Існування ортогональних базисів. Нерівність Бесселя. Повні евклідові простори. Гільбертів простір. Комплексні евклідові простори.	Лекція (1 год.) Практичне (1 год.)	[1-9]	Аналіз матеріалів теми (2 год.) Індивідуальне завдання (2 год.)	1 1	Протягом семестру згідно з розкладом занять
12. Ортогональні системи та ряди Фур'є Ортогональні системи функцій. Ряди по ортогональних системах. Тригонометричні ряди. Перетворення Фур'є.	Лекція (1 год.) Практичне (1 год.)	[1-9]	Аналіз матеріалів теми (2 год.) Індивідуальне завдання (2 год.)	1 1	Протягом семестру згідно з розкладом занять
13. Лінійні функціонали Неперервні лінійні функціонали. Спряжені простори. Слабка топологія і слабка збіжність. Узагальнені функції.	Лекція (1 год.) Практичне (1 год.)	[1-9]	Аналіз матеріалів теми (2 год.) Індивідуальне завдання (2 год.)	1 1	Протягом семестру згідно з розкладом занять
14. Лінійні оператори Означення і приклади. Неперервність і обмеженість. Сума і добуток операторів. Оборотні та обернені оператори. Спряжені оператори. Спектр оператора.	Лекція (1 год.) Практичне (1 год.)	[1-9]	Аналіз матеріалів теми (2 год.) Індивідуальне завдання (2 год.)	1 1	Протягом семестру згідно з розкладом занять
15. Компактні оператори. Означення і приклади. Основні властивості компактних операторів. Компактні оператори в гільбертовому просторі.	Лекція (1 год.) Практичне (1 год.)	[1-9]	Аналіз матеріалів теми (2 год.) Індивідуальне завдання (2 год.) Контрольна робота (2 год.)	1 1 20	Протягом семестру згідно з розкладом занять
Контроль самостійної роботи	ДКР			15	Протягом семестру згідно з розкладом занять
Контроль самостійної роботи	Тестова контрольна робота			20	Протягом семестру згідно з розкладом занять

7. Система оцінювання курсу			
Загальна система оцінювання	Залік (100 балів). 3 них: 15 балів – поточне оцінювання; 20 балів – за самостійну роботу; 15 балів – індивідуальні завдання; 25 балів – за аудиторну контрольну роботу, 20 балів – за здачу теоретичного модуля у формі тесту.		
Шкала оцінювання: національна та ECTS			
Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою	
		для екзамену	для заліку
90 – 100	A	відмінно	зараховано
80 – 89	B	добре	
70 – 79	C		
60 – 69	D	задовільно	
50 – 59	E		
26 – 49	FX	незадовільно з можливістю повторного складання	не зараховано з можливістю повторного складання
0-25	F	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни	не зараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни
Вимоги до письмових робіт	Розв'язати запропоновані задачі з поясненнями (4 бали за кожну задачу аудиторної контрольної роботи і 3 бали за кожну задачу домашньої контрольної роботи).		
Практичні заняття	Практичне заняття проводиться з метою формування у студентів умінь і навичок з предмету, вирішення сформульованих завдань, їх перевірка та оцінювання. За метою і структурою практичні заняття є ланцюжком, який пов'язує теоретичне навчання і навчальну практику з дисципліни, а також передбачає попередній контроль знань студентів. Оцінка за практичне заняття враховується при виставленні підсумкової оцінки з дисципліни – заліку.		
Умови допуску до підсумкового контролю	Накопичити не менше половини балів за кожну з форм оцінювання.		

Оцінювання відповідно до графіку навчального процесу

Види навчальної роботи	Навчальні тижні																	Разом
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	КС	
Лекції	1		2		1		1		1		2		2					10
Практичні заняття		2		2		3		3		3		3		3	3	3		25
Самостійна робота																	30	30
Індивідуальні завдання																	15	15
Поточне тестування					4		4		4		4		2			2		20
Разом	1	2	2	2	5	3	5	3	5	3	6	3	4	3	3	5	45	100

8. Політика курсу

Самостійне виконання навчальних завдань, завдань поточного та підсумкового контролю результатів навчання (для осіб з особливими освітніми потребами ця вимога застосовується з урахуванням їхніх індивідуальних потреб і можливостей);

Посилання на джерела інформації у разі використання ідей, розробок, тверджень, відомостей;

Надання достовірної інформації про результати власної навчальної (наукової, творчої) діяльності, використані методики досліджень і джерела інформації.

Засвоєння пропущеної теми лекції з поважної причини перевіряється під час складання підсумкового контролю. Пропуск лекції з неповажної причини відпрацьовується студентом відповідно до вимог кафедри, що встановлені на засіданні кафедри (співбесіда, реферат тощо).

Пропущені практичні заняття, незалежно від причини пропуску, студент відпрацьовує згідно з графіком консультацій.

Результати неформальної освіти можуть бути зараховані за умови повної відповідності тематики курсів, програм тощо. Рекомендовані платформи: Coursera, Prometheus.

9. Рекомендована література

1. Кадець В.М. Курс функціонального аналізу та теорії міри. - Число: видавничий проект (Серія "Університетська бібліотека"). - Львів : І.Е. Чижиков, 2012. - 589 с.
2. Колмогоров А.М., Фомін С.В. Елементи теорії функцій і функціонального аналізу – К: Вища школа, 1974. – 456 с.
3. Федак І.В. Функціональний аналіз: Навчальний посібник. – Івано-Франківськ: Голіней, 2011. – 120с.
4. Вагін П.П., Остудін Б.А., Шинкаренко Г.А. Основи функціонального аналізу: Курс лекцій. – Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2005. – 140с.
5. Dunford N., Schwartz J.T. Linear Operators, Part 1: General Theory. John Wiley & Sons, 1988. – 872 p.
6. Hille E., Phillips R.S. Functional Analysis and Semi-groups. American Mathematical Soc., 1996. – 808 p.
7. Kreyszig E. Introductory Functional Analysis with Applications, Wiley India Pvt. Limited, 2007. - 704 p.
8. Rudin W. Functional Analysis. McGraw-Hill, 1991. – 424 p.
9. Yosida K. Functional Analysis. Springer Science & Business Media, 2012. – 504 p.

Викладач

Дмитришин М.І.