

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ПРИКАРПАТСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ВАСИЛЯ СТЕФАНІКА**



Факультет математики та інформатики
Кафедра математичного і функціонального аналізу

СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ І МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА

Освітня програма: Комп'ютерне моделювання та
технології програмування

Спеціальність: 113 Прикладна математика

Галузь знань: 11 Математика та статистика

Затверджено на засіданні кафедри
Протокол № 1 від 27 серпня 2021 р.

ЗМІСТ

1.	Загальна інформація	3
2.	Опис дисципліни	3
3.	Структура курсу	4
4.	Система оцінювання курсу	7
5.	Оцінювання відповідно до графіку навчального процесу	7
6.	Ресурсне забезпечення	8
7.	Контактна інформація	9
8.	Політика навчальної дисципліни	9

1. Загальна інформація

Назва дисципліни	Теорія ймовірностей і математична статистика
Освітня програма	Комп'ютерне моделювання та технології програмування
Спеціальність	Прикладна математика
Галузь знань	Математика та статистика
Освітній рівень	Бакалавр
Статус дисципліни	Основна
Курс / семестр	2 / 2
Розподіл за видами занять та годинами навчання	Лекції – 20 год. Практичні заняття – 20 год. Лабораторні заняття – 20 год. Самостійна робота – 120 год.
Мова викладання	Українська
Посилання на сайт дистанційного навчання	https://d-learn.pnu.edu.ua/course/subscription/through/url/7d3b2be0bda9105cffb5

2. Опис дисципліни

Мета та цілі курсу:

Мета курсу “Теорія ймовірностей і математична статистика”: оволодіння студентами теоретико-методичними та практичними навичками дослідження в галузі теорії ймовірностей та її застосувань, математичної статистики.

Головними завданнями курсу є:

- оволодіння основними поняттями теорії ймовірностей (такими як випадковий експеримент, випадкові події, ймовірнісні випадкові події, випадкові величини, функції розподілу та щільності розподілу випадкових величин, понять незалежності та залежності випадкових подій та випадкових величин);
- розуміння основних теоретико-ймовірнісних закономірностей (закони великих чисел, центральна гранична теорема);
- оволодіння основними поняттями та закономірностями математичної статистики (такими як вибірка, її характеристики, оцінки, статистичні гіпотези та критерії їх перевірки);
- вміння застосовувати ці поняття та закономірності при розв'язанні практичних задач.

Вивчення курсу “Теорія ймовірностей та математична статистика” дає можливість студентам набути навички розв'язання теоретичних та обчислювальних задач в ситуаціях, де має місце випадковість чи спостереження над достатньо великою кількістю об'єктів досліджуваної сукупності.

У результаті вивчення курсу студент повинен:

знати:

- аксіоматику теорії ймовірностей;
- основні властивості множини подій та їх ймовірностей;
- характеристики випадкових величин та векторів;
- основні розподіли випадкових величин та випадки їх застосування;
- форми збіжностей послідовностей випадкових величин та граничні теореми;
- основні методи побудови оцінок параметрів та розподілів генеральних сукупностей;

- способи перевірки статистичних гіпотез;
- методи дослідження залежностей між генеральними сукупностями.

вміти:

- обчислювати ймовірності випадкових подій;
- знаходити розподіли випадкових величин та векторів;
- обчислювати числові характеристики випадкових величин та векторів;
- визначати незалежність випадкових подій, величин та векторів;
- застосовувати закони великих чисел;
- використовувати метод характеристичних функцій;
- застосовувати центральні граничні теореми;
- будувати та досліджувати оцінки розподілів та їх параметрів;

застосовувати критерії перевірки статистичних гіпотез.

Компетентності:

Інтегральна. Здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми прикладної математики у професійній діяльності або у процесі навчання, що передбачає застосування математичних теорій та методів і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.

Загальні. *ЗК02.* Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях. *ЗК06.* Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

Фахові. *ФК01.* Здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем. *ФК03.* Здатність обирати та застосовувати математичні методи для розв'язування прикладних задач, моделювання, аналізу, проектування, керування, прогнозування, прийняття рішень.

Програмні результати навчання:

РН01. Демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій прикладної математики і використовувати їх на практиці.

РН02. Володіти основними положеннями та методами математичного, комплексного та функціонального аналізу, лінійної алгебри та теорії чисел, аналітичної геометрії, теорії диференціальних рівнянь, зокрема рівнянь з частинними похідними, теорії ймовірностей, математичної статистики та випадкових процесів, чисельними методами.

3. Структура курсу.

№	Тема	Результати навчання	Завдання
1	Стохастичний експеримент, події та операції над ними. Аксиоми теорії ймовірностей та властивості ймовірності. Приклади ймовірнісних просторів.	Приклади стохастичних експериментів та просторів елементарних подій. Випадкові події. Дії над подіями. Властивості дій над подіями. Аксиоми класу випадкових подій. Аксиоми ймовірності. Властивості ймовірності. Класичне означення ймовірностей. Дискретний ймовірнісний простір. Геометричне означення ймовірностей.	Лекція, практичне заняття, домашнє завдання
2	Умовні	Означення та властивості. Ймовірність добутку	Лекція,

	Ймовірності. Незалежні випадкові події. Схема стохастичних випробувань Бернуллі.	випадкових подій. Формула повної ймовірності. Формула Байєса. Незалежні події та їх перетворення. Незалежність подій в сукупності, приклад Бернштейна. Ймовірність кількості успіхів в схемі Бернуллі. Найбільш ймовірна кількість успіхів. Граничні теореми Пуассона і Муавра - Лапласа.	практичне заняття, домашнє завдання
3	Випадкові величини. Розподіл. Дискретні випадкові величини. Абсолютно неперервні випадкові величини.	Загальне означення випадкової величини. Міра Лебега-Стілтєсса, породжена випадковою величиною. Функція розподілу випадкової величини та її властивості. Обчислення ймовірностей через функцію розподілу. Функції від випадкової величини. Розподіл дискретної величини. Властивості. Функція розподілу. Біноміальний розподіл. Поліноміальний розподіл. Геометричний розподіл. Негативний біноміальний розподіл. Гіпергеометричний розподіл. Розподіл Пуассона. Функція та щільність розподілу. Властивості. Обчислення ймовірностей через щільність розподілу. Рівномірний розподіл. Нормальний (Гауссів) розподіл. Логнормальний розподіл. Функція інтенсивності розподілу. Показниковий (експоненційний) розподіл. Розподіл Вейбула. Розподіл Гомпертца. Бета-розподіл. Розподіл Парето. Розподіл Коші.	Лекція, практичне заняття, домашнє завдання
4	Математичне сподівання випадкової величини. Дисперсія випадкової величини та її середнє квадратичне відхилення.	Загальне означення математичного сподівання. Властивості математичного сподівання. Обчислення математичного сподівання дискретної та абсолютно неперервної випадкових величин. Обчислення математичного сподівання функції від випадкової величини. Приклади обчислення математичного сподівання. Означення та властивості дисперсії. Середнє квадратичне відхилення. Приклади обчислення дисперсії.	Лекція, практичне заняття, домашнє завдання
5	Випадкові вектори. Функція розподілу та її властивості. Числові характеристик и випадкових векторів.	Означення та властивості функції розподілу випадкового вектора. Дискретні та абсолютно неперервні випадкові вектори. Щільність розподілу випадкового вектора. Функції від випадкового вектора. Незалежні випадкові величини. Критерій незалежності випадкових величин. Перетворення незалежних величин. Розподіл суми незалежних величин. Розподіл Ерланга. Розподіли гама та хі-квадрат. Математичне сподівання випадкового вектора. Коваріація та коефіцієнт кореляції випадкових величин. Коваріаційна матриця випадкового вектора. Математичне сподівання добутку незалежних випадкових величин. Дисперсія суми незалежних	Лекція, практичне заняття, домашнє завдання

		випадкових величин.	
6	Закони великих чисел. Характеристичні функції. Центральна гранична теорема.	Збіжність за ймовірністю та її властивості. Теорема Чебишева про закон великих чисел. Теорема Бернуллі. Збіжність з імовірністю 1 та її властивості. Лема Бореля-Кантеллі. Нерівність Колмогорова. Теорема Колмогорова про посилений закон великих чисел. Теорема Бореля. Означення та властивості характеристичної функції. Однозначність відповідності. Формула обертання для характеристичної функції. Характеристична функція нормального розподілу. Класична центральна гранична теорема. Теореми Муавра-Лапласа для схеми Бернуллі. Граничні теореми для стандартних серій. Граничні теореми для загальних серій. Центральна гранична теорема для випадкових векторів.	Лекція, лабораторне заняття, домашнє завдання
7	Вступ до математичної статистики. Оцінювання невідомих параметрів випадкових величин.	Предмет математичної статистики. Типи даних. Збір даних. Вибірковий метод в статистиці. Вибірковий простір, варіаційний ряд. Порядкові статистики. Квантілі. Зображення статистичних даних за допомогою гістограми, емпіричні функції розподілу. Поняття статистики як функції від спостережень та статистичної оцінки. Властивості оцінок, незміщеність, конзистентність. Вибіркові моменти. Вибіркові середні та дисперсії. Їх властивості. Оцінювання параметрів розподілу за допомогою емпіричного розподілу. Оцінки з мінімальною дисперсією (ефективні оцінки). Кількість інформації за Фішером. Нерівність Крамера-Рао. Оцінювання параметрів нормального розподілу, параметрів біноміального розподілу та розподілу Пуасона і розподілу Коші. Сумісні оцінки параметрів нормального розподілу. Достатні статистики.	Лекція, лабораторне заняття, домашнє завдання
8	Методи побудови оцінок. Вірогідні множини та інтервали.	Метод моментів. Приклади застосувань методу моментів. Метод максимальної вірогідності. Рівняння максимальної вірогідності. Оцінки максимальної вірогідності параметрів нормального розподілу. Асимптотичні властивості оцінок максимальної вірогідності. Принцип інваріантності для оцінок максимальної вірогідності. Оцінювання параметрів лог-нормального розподілу. Основні означення – вірогідна множина, надійний інтервал. Рівень вірогідності. Вірогідні множини. Перевірка гіпотез про параметри розподілів. Побудова вірогідних інтервалів для середнього та дисперсії нормальної випадкової величини. Довірчі інтервали для двох нормальних сукупностей. Асимптотичні довірчі інтервали. Довірчий інтервал для коефіцієнта кореляції двовимірного нормального закону. Значимість	Лекція, лабораторне заняття, домашнє завдання

Контрольна робота															15			15
Екзамен																	50	50
Всього за тиждень	1	2	1	2	1	7	3	2	3		2	2	2	2	15	5	50	100

6. Ресурсне забезпечення.

Матеріально-технічне забезпечення	Мультимедіа, лабораторії, комп'ютери.
Базова	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Огірко О.І., Галайко Н.В. Теорія ймовірностей та математична статистика: навчальний посібник / О. І. Огірко, Н. В. Галайко. – Львів: ЛьвДУВС, 2017. – 292 с. 2. Карташов М.В. Імовірність, процеси, статистика. – К.: ВПЦ "Київський університет", 2007. – 494 с. 3. Турчин В.М. Теорія ймовірностей і математична статистика. Основні поняття, приклади, задачі: Підручник. – Д.: Вид-во Дніпропетр. нац. ун-ту, 2006. – 476 с. 4. Турчин В.М. Математична статистика в прикладах і задачах. У 2 ч. – Дніпропетровськ: ДДУ, 1998. – Ч. 1. – 88 с.; Ч. 2. – 224 с. 5. Математична статистика з елементами теорії випадкових процесів// Методичні вказівки для практичних занять та самостійної роботи. – Івано-Франківськ: ПрНУ, 2012. – 40 с. 6. Теорія ймовірностей// Методичні вказівки до практичних занять та самостійної роботи. – Івано-Франківськ: ПрНУ, 2012. – 40 с. 	
Допоміжна	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Барковський В. В., Н. В. Барковська, О. К. Лопатін. Теорія ймовірностей та математична статистика: навчальний посібник. К.: ЦНЛ, 2006. 424 с. 2. Валь О. Д., Мельничук О. Д., Королюк С. Л. Теорія ймовірностей від найпростішого: навчальний посібник. Чернівці: Книги-XXI, 2004. 160 с. 3. Волощенко А. Б., Джалладова І. Б. Теорія ймовірностей та математична статистика: навчально-методичний посібник для самост. вивч. дисципліни. К.: КНЕУ, 2003. 356 с. 4. Донченко В. С., Сидоров М. В., Шаратов М. М. Теорія ймовірності та математична статистика: навчальний посібник. К.: Академія, 2009. 288 с. 5. Жлуктенко В. І., Наконечний С. І. Теорія ймовірностей і математична статистика: навчально-методичний посібник у 2-х частинах. Ч. 1. Теорія ймовірностей. К.: КНЕУ, 2000. 304 с. 6. Жлуктенко В. І., Наконечний С. І. Теорія ймовірностей і математична статистика: навчально-методичний посібник у 2-х частинах. Ч. 2. Математична статистика. К.: КНЕУ, 2001. 336 с. 7. Мармоза А.Т. Практикум з математичної статистики [Текст]: навч.посібник .- К.:Кондор,2004 .-264 с. 8. Осипчук М.М., Шевчук Р. В. Теорія ймовірностей та математична статистика. Конспект лекцій. - Івано-Франківськ: Голіней, 2019. 	

7. Контактна інформація.

Кафедра	Математичного і функціонального аналізу, кабінет 302 (ЦК), телефон (0342) 59-60-50, сайт https://kmfa.pnu.edu.ua/ , електронна адреса kmfa@pnu.edu.ua
Викладач (і) Гостьові лектори	Слободян Світлана Ярославівна
Контактна інформація викладача	svitlana.slobodian@pnu.edu.ua

8. Політика навчальної дисципліни.

Академічна доброчесність	Обов'язкова і контролюється.
Пропуски занять (відпрацювання)	Не схвалюються і приводять до втрати передбачених балів (відпрацювання не передбачені).
Виконання завдання пізніше встановленого терміну	Приводить до втрати передбачених балів.
Невідповідна поведінка під час заняття	Приводить до відсторонення від заняття.
Додаткові бали	Не передбачені
Неформальна освіта	Результат може бути зарахований за умови повної відповідності програм. Рекомендовані платформи: Coursera, Udeemy, Prometeus.

Викладач

С.Я.Слободян