

Математичний занзібар

6 клас

*Ніколи не шкодуй про те, що зробив,
якщо в цей момент ти був щасливим!*

1. У змаганні зі стрільби брали участь 10 спортсменів. Перший вибив 64 очки, другий – 32, кожний наступний вибивав кількість очок, що дорівнює середньому арифметичному результатів усіх попередніх. Який результат показав 10-й стрілець?

2. Петрик, Василь та Грицько мають різні види велосипедів. У одного з них є електровелосипед, у одного – гоночний, а в одного – гірський. Велосипеди мають різні кольори: зелений, синій та чорний. Три власники роблять по 2 твердження, одне з яких істинне, а друге невірне:

- Петрик каже: «У мене є електричний велосипед. У Василя синій велосипед».
- Василь каже: «У мене є гірський велосипед. У Грицька є електричний велосипед».
- Грицько каже: «У мене є синій велосипед. Гоночний мотоцикл чорний».

Рівно одне з наступних тверджень гарантовано вірне. Яке?

- а) У Петрика зелений велосипед.
- б) У Петрика є гірський велосипед.
- в) Василь має зелений велосипед.
- г) Василь має гірський велосипед.
- д) У Грицька є електричний велосипед.

3. Є 13 різних кратних двоцифрових чисел, що кратні 7. Петрик хоче створити найдовший можливий ланцюжок, що складається з цих чисел, де два таких числа можуть бути сусідніми у ланцюгу, якщо остання цифра лівого числа дорівнює першій цифрі правого. Кожне число можна використати не більше одного разу. Наприклад, $21 \rightarrow 14 \rightarrow 49$ – припустимий ланцюг довжиною 3. Яка максимальна довжина припустимого ланцюга?

4. Сума деяких двох сторін прямокутника дорівнює 16, а сума деяких трьох сторін дорівнює 12. Чому дорівнює периметр цього прямокутника?

5. Тітка Оксана продає огірки за таким принципом: або 3 огірка за 5 гривень, або 4 огірка за 6 гривень, або 5 огірків за 7 гривень. Вчора вона за декілька таких продажів отримала 160 гривень, продавши 100 огірків. Скільки продажів вона здійснила?

6. У Петрика були монети номіналом 1, 2 та 5 грн. Він поклав у кишеню декілька монет. Відомо, що якщо він навмання витягне 3 монети з кишені, то серед них напевно буде монета номіналом 1 грн. Якщо ж він навмання витягне 4 монети, то серед них напевно буде монета номіналом 2 грн. Він витягнув усі монети з кишені. Який набір монет там міг бути?

7. Сто гравців мають футболки з номерами від 1 до 100. Учні розташовуються в квадрат 10×10 . Виявляється, що додавання десяти номерів футболок гравців у будь-якому рядку чи будь-якому стовпці завжди дає одну і ту саме суму. Знайдіть цю суму.

8. Нарисуйте на площині приклад таких 6 точок, щоб їхнє розташування задовольняли такі дві умови:

- ці 6 точок можна поділити на дві групи по 3 точки так, щоб кожна група утворювала вершини деякого трикутника;
- як би ми не утворювали такі два трикутники, вони обов'язково будуть перетинатися, тобто на стороні одного з них буде лежати принаймні одна вершина іншого.

9. З двох норок назустріч один одному побігли два зайці. Через 3 хв вони врізалися один в одного і з переляку побігли назад до своїх норок. Через 30 с вони зупинилися на відстані 21 м. Виявилось, що у одного зайця швидкість на 10 см/с більша ніж у другого. На якій відстані від своєї норки був більш швидкий заєць?

10. Петрик побачив в музеї світлину старовинного настінного годинника, що показував точний час. Але на жаль в ньому на циферблаті не було жодної цифри та стрілки – годин, хвилин та секунд – були однакові. На світлині стрілки А та Б точно дивляться на відмітки годин, а стрілка В трохи не дійшла до такої відмітки. Чи можна визначити, який точний час показує годинник на світлині? Вкажіть усі можливі відповіді.

11. Чотирицифрові числа \overline{abcd} і \overline{dcba} складаються з тих самих чотирьох цифр a, b, c, d , не обов'язково різних, але в протилежному порядку. Додавши два числа, отримаємо 13552. Знайдіть суму $a + b + c + d$.

12. На клітчастому папері зі стороною клітинки $1 \text{ є } 18$ одиничних відрізків. Яку найбільшу площу може мати багатокутник, межу якої ви зможете утворити з цих відрізків, якщо їх можна класти тільки по сторонах одиничних клітин? (Одна сторона може утворюватися з декількох таких відрізків)

13. У жорстокому бою брали участь 100 піратів, 80 з цих піратів втратили одне око, 85 – одне вухо, 90 дістали поранення в руку, а 95 поранення в ногу. Відомо, що усі ті пірати, хто зазнав відразу чотирьох різних ушкоджень загинули. Скільки щонайменше піратів загинуло?

14. Два пірати знайшли 5 злитків золота. Найлегші з яких важили 1 кг та 2 кг, а усі інші важили більше за ці. Виявилось, що які б два злитки золота не обрав собі один з піратів, інший може зробити так, що обом дістанеться порівну золота на вагу. Яку вагу мають ці 5 злитків?

15. Число $2222 \underbrace{9393 \dots 93}_{100} 919$ поділили націло на 2019 і в частці отримали число M . Знайдіть суму цифр числа M .

16. На прямій розташовані точки A, B, C, D . Відомі відстані $AB = 10$, $BC = 6$ та $CD = 3$. Якою може бути відстань AD ? Вкажіть усі можливі відповіді.