

Математичний занзібар

5 клас

Ніколи не шкодуй про те, що зробив, якщо в цей момент ти був щасливим!

1. У змаганні зі стрільби брали участь 10 спортсменів. Перший вибив 64 очки, другий – 32, кожний наступний вибивав кількість очок, що дорівнює середньому арифметичному результатів усіх попередніх. Який результат показав 10-й стрілець?

2. Петрик, Василь та Грицько мають різні види велосипедів. У одного з них є електровелосипед, у одного – гоночний, а в одного – гірський. Велосипеди мають різні кольори: зелений, синій та чорний. Три власники роблять по 2 твердження, одне з яких істинне, а друге невірне:

- Петрик каже: «У мене є електричний велосипед. У Василя синій велосипед».
- Василь каже: «У мене є гірський велосипед. У Грицька є електричний велосипед».
- Грицько каже: «У мене є синій велосипед. Гоночний мотоцикл чорний».

Рівно одне з наступних тверджень гарантовано вірне. Яке?

- А) У Петрика зелений велосипед. Г) Василь має гірський велосипед.
- Б) У Петрика є гірський велосипед. Д) У Грицька є електричний велосипед.
- В) Василь має зелений велосипед.

3. Скільки існує трицифрових чисел, що мають суму цифр 9.

4. Сума деяких двох сторін прямокутника дорівнює 16, а сума деяких трьох сторін дорівнює 12. Чому дорівнює периметр цього прямокутника?

5. У Петрика та Василя є велика купа прямокутних карток, на яких написані або цифра 6, або знак +. Вони сіли напроти один одного і виклали декілька таких карток, якими утворили математичний вираз. При цьому, якщо Петрик бачить запис $6 + 99$, що дорівнює 105, то Василь напроти нього бачить те саме догори дригом, тобто $66 + 9$, що дорівнює 75. Придумайте таку розстановку карток, при якій Петрик отримає результат на 3000 більший ніж Василь.

6. У Петрика в кишені 5 монет. Відомо, що якщо він навмання витягне 3 монети, то серед них напевно буде монета номіналом 1 грн. Якщо ж він навмання витягне 4 монети, то серед них напевно буде монета номіналом 2 грн. Він витягнув усі монети з кишені. Який набір монет там міг бути?

7. Знайдіть такі три попарно різні натуральні числа a, b, c , такі, що числа $a + b + c$ та $a \cdot b \cdot c$ є квадратами деяких натуральних чисел.
Квадратом натурального числа називається таке число, що є добутком двох однакових чисел, наприклад, квадратами є числа $16 = 4 \cdot 4$ та $100 = 10 \cdot 10$, а число 32 квадратом не є.
8. Нарисуйте на площині приклад таких 6 точок, щоб їхнє розташування задовольняли такі дві умови:
- ці 6 точок можна поділити на дві групи по 3 точки так, щоб кожна група утворювала вершини деякого трикутника;
 - як би ми не утворювали такі два трикутники, вони обов'язково будуть перетинатися, тобто на стороні одного з них буде лежати принаймні одна вершина іншого.
9. За круглим столом сиділи n людей та їли горішки, беручи їх по черзі. Спочатку перший з'їв 1 горішок, далі другий з'їв 2 горішки і так далі. Після того, як n -та людина з'їла n горішків, все було продовжене, вони продовжили їсти горішки, тобто перший з'їв $n + 1$ горішок, другий з'їв $n + 2$ горішки і так далі. Виявилось, що на другому колі було з'їдено на 100 горішків більше ніж на першому. Чому дорівнює n за таких умов?
10. Розмовляють 4 друзів. Петрик каже: «Принаймні двоє з нас брехуни». Василь підтверджує: «Так, це правда». Але Грицько заперечує: «Це неправда!». Скільки насправді серед цих чотирьох брехунів?
11. Яке найбільше значення може набувати різниця між двома трицифровими числами, одне з яких утворене перестановкою цифр іншого?
12. На клітчастому папері зі стороною клітинки 1 є 14 одиничних відрізків. Яку найбільшу площу може мати багатокутник, межу якого ви зможете утворити з цих відрізків, якщо їх можна класти тільки по сторонах одиничних клітин? (Одна сторона може утворюватися з декількох таких відрізків)
13. Чотирицифрове число A має усі різні цифри. Чотирицифрове число B одержане з числа A записом його цифр у зворотному порядку. Сума чисел $A + B$ дорівнює 3773. Яке найменше значення може при цьому приймати число A ?
14. Два пірати знайшли 5 злитків золота. Найлегші з яких важили 1 кг та 2 кг, а усі інші важили більше за ці. Виявилось, що які б два злитки золота не обрав собі один з піратів, інший може зробити так, що обом дістанеться порівну золота на вагу. Яку вагу міг мати найважчий із злитків?
15. Розшифруйте числовий ребус $AB \times AB - BC = 2023$, де AB та BC – різні двоцифрові числа. У відповідь запишіть можливі значення числа BC .
16. На прямій розташовані точки A, B, C, D . Відомі відстані $AB = 10$, $BC = 6$ та $CD = 3$. якою може бути відстань AD ? Вкажіть усі можливі відповіді.