

Міністерство освіти і науки України
Державний вищий навчальний заклад «Прикарпатський національний
університет імені Василя Стефаника»

Факультет математики та інформатики
Кафедра диференціальних рівнянь і прикладної математики

СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ РІВНЯННЯ З ЧАСТИННИМИ ПОХІДНИМИ

Освітня програма Прикладна математика
Спеціальність 113 Прикладна математика
Галузь знань 11 Математика та статистика

Затверджено на засіданні кафедри
Протокол № 1 від 31 серпня 2021 р.

м. Івано-Франківськ – 2021 рік

Зміст

1. Загальна інформація
2. Анотація до навчальної дисципліни
3. Мета та цілі навчальної дисципліни
4. Загальні і фахові компетентності
5. Програмні результати навчання
6. Організація навчання
7. Система оцінювання навчальної дисципліни
8. Політика навчальної дисципліни
9. Рекомендована література

1. Загальна інформація

Назва дисципліни	Рівняння з частинними похідними
Викладач	К.ф.-м.н., доцент Казмерчук А. І.
Контактний телефон	(0342)596027
E-mail	anatolii.kazmerchuk@pnu.edu.ua
Формат дисципліни	Лекції та практичні заняття
Обсяг дисципліни	6 кредитів ECTS
Посилання на сайт дистанційного навчання	cee.pnu.edu.ua
Консультації	Вівторок, 15 ⁰⁰

2. Анотація до курсу

У курсі навчальної дисципліни вивчаються основні крайові задачі для рівнянь з частинними похідними, аналіз функціональних просторів, теорія задачі Коші для систем рівнянь у частинних похідних у нормальній формі за Ковалевською; з врахуванням аналізу функціональних просторів. аналітичні та геометричні методи розв'язування задач для рівнянь з частинними похідними, а також з врахуванням аналізу функціональних просторів аналітичні методи розв'язування задач для рівнянь параболічного та еліптичного типів.

3. Мета та цілі курсу

Викласти теорію математичних моделей фізичних явищ, а саме, вивчення основних крайових задач для рівнянь з частинними похідними, формувати у студентів розуміння, знання і навичок щодо постановок та методики розв'язання задач рівнянь з частинними похідними.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

знати:

- постановки основних задач для рівнянь з частинними похідними,
- аналіз функціональних просторів,
- теорію задачі Коші для систем рівнянь у частинних похідних у нормальній формі за Ковалевською,
- класифікацію рівнянь у частинних похідних другого порядку, лінійних в головній частині,
- метод біжучих хвиль для рівняння струни,
- формулу розв'язку задачі Коші для рівняння коливання струни,
- формули розв'язків задачі Коші для хвильового рівняння,

- формулу розв'язку задачі Коші для рівняння теплопровідності,
- формулу розв'язків задачі Діріхле для рівняння Лапласа в кулі,
- теорію гармонічних функцій,
- метод Фур'є,
- властивості розв'язків задачі Штурма-Ліувілля,
- теорію крайових задач для рівняння Пуассона,
- теорію узагальнених розв'язків задачі Діріхле для рівняння Пуассона,
- принцип максимуму для рівняння теплопровідності.

вміти:

- ставити задачі для рівнянь з частинними похідними,
- розв'язувати простіші рівняння у частинних похідних,
- розв'язувати задачі для рівняння струни за допомогою аналітичних і геометричних методів,
- визначати тип рівнянь другого порядку, лінійних в головній частині, в точці і на площині,
- розв'язувати мішані задачі для однорідного рівняння струни з однорідними крайовими умовами,
- розв'язувати мішані задачі для неоднорідного рівняння струни з однорідними крайовими умовами,
- розв'язувати мішані задачі для неоднорідного рівняння струни з неоднорідними крайовими умовами,
- розв'язувати мішані задачі для однорідного рівняння теплопровідності однорідними крайовими умовами,
- розв'язувати мішані задачі для неоднорідного рівняння теплопровідності з однорідними крайовими умовами,
- розв'язувати мішані задачі для неоднорідного рівняння теплопровідності з неоднорідними крайовими умовами,
- знаходити потенціали: об'ємні, поверхневі простого і подвійного шарів по заданому розподілу зарядів,
- застосовувати метод потенціалів до розв'язання крайових задач для рівняння Пуассона,
- розв'язувати задачу Коші для однорідного і неоднорідного рівняння теплопровідності,
- розв'язувати крайові задачі для рівняння Лапласа в прямокутних областях,
- розв'язувати крайові задачі для рівняння Лапласа в кругових областях,
- застосовувати метод функцій Гріна.

4. Загальні і фахові компетентності

- | |
|---|
| <p>ЗК02. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.</p> <p>ЗК03. Здатність генерувати нові ідеї (креативність).</p> <p>ЗК05. Здатність проведення досліджень на відповідному рівні.</p> |
|---|

ЗК06. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ФК01. Здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем.

ФК02. Здатність виконувати завдання, сформульовані у математичній формі.

ФК03. Здатність обирати та застосовувати математичні методи для розв'язування прикладних задач, моделювання, аналізу, проектування, керування, прогнозування, прийняття рішень.

ФК09. Здатність до проведення математичного і комп'ютерного моделювання, аналізу та обробки даних, обчислювального експерименту, розв'язання формалізованих задач за допомогою спеціалізованих програмних засобів.

ФК14. Здатність сформулювати математичну постановку задачі, спираючись на постановку мовою предметної галузі, та обирати метод її розв'язання, що забезпечує потрібні точність і надійність результату.

5. Програмні результати навчання

РН01. Демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій прикладної математики і використовувати їх на практиці.

РН02. Володіти основними положеннями та методами математичного, комплексного та функціонального аналізу, лінійної алгебри та теорії чисел, аналітичної геометрії, теорії диференціальних рівнянь, зокрема рівнянь з частинними похідними, теорії ймовірностей, математичної статистики та випадкових процесів, чисельними методами.

РН03. Формалізувати задачі, сформульовані мовою певної предметної галузі; формувати їх математичну постановку та обирати раціональний метод вирішення; розв'язувати отримані задачі аналітичними та чисельними методами, оцінювати точність та достовірність отриманих результатів.

РН06. Володіти основними методами розробки дискретних і неперервних математичних моделей об'єктів та процесів, аналітичного дослідження цих моделей на предмет існування та єдиності їх розв'язку.

РН07. Вміти проводити практичні дослідження та знаходити розв'язок некоректних задач.

6. Організація навчання курсу

Обсяг дисципліни	
Вид заняття	Загальна кількість годин
Лекції	30
Практичні	30
Самостійна робота	120

Ознака дисципліни				
Спеціальність, освітня програма	Рівень освіти	Курс навчання	Семестр	Нормативна/вибіркова
113 Прикладна математика Прикладна математика	перший (освітньо-професійний)	3-й	5	вибіркова

Тематика курсу					
Тема, план	Форма заняття	Література	Завдання, год	Вага оцінок	Термін виконання
Тема 1. Основні поняття: рівняння з частинними похідними (рчп), порядок рчп, функціональні простори, лінійне рчп, квазілінійне рчп, класичний розв'язок рчп, узагальнений розв'язок рчп, характеристичні поверхні (характеристики) рчп.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття заняття, 2 год. лек, 2 год. практ. зан., 4 год сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 2. Основні рівняння з частинними похідними та їх виведення. Основні задачі теорії рчп. Коректність задач для рчп. Приклад Адамара.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття заняття, 2 год. лек, 2 год. практ. зан., 4 год сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 3. Лінійні рчп другого порядку. Класифікація рчп другого порядку, лінійних в головній частині, в точці (гіперболічні, параболічні, еліптичні рчп другого порядку).	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття заняття, 3 год. лек, 3 год. практ. зан., 6 год сам. роб.		До наступного заняття за розкладом

Тема 4. Двовимірний випадок. Зведення до канонічного вигляду рчп другого порядку, лінійного в головній частині, на площині.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття заняття, 2 год. лек, 2 год. практ. зан., 4 год сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 5. Задача Коші для рівняння струни. Аналіз функціональних просторів. Формула Даламбера. Метод біжучих хвиль.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття заняття, 2 год. лек, 2 год. практ. зан., 4 год сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 6. Перша та друга мішані задачі для напівобмеженої струни. Аналіз функціональних просторів. Методи парного і непарного продовження. Метод біжучих хвиль для першої та другої мішаних задач з однорідними крайовими умовами.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття заняття, 2 год. лек, 2 год. практ. зан., 4 год сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 7. Формули Кірхгофа розв'язку задачі Коші для хвильового рівняння. Аналіз функціональних просторів.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття заняття, 2 год. лек, 2 год. практ. зан., 4 год сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 8. Метод Фур'є розв'язання крайових задач для обмеженої струни. Аналіз функціональних просторів. Задача Штурма-Ліувілля.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття заняття, 3 год. лек, 3 год. практ. зан., 6 год сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 9. Постановка першої та другої крайових задач, задачі Коші для рівняння теплопровідності. Аналіз функціональних просторів.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття заняття, 2 год. лек, 2 год. практ. зан., 4 год сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 10. Принцип максимуму для рівняння теплопровідності в обмежених та необмежених областях. Теорема єдиності	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття заняття, 2 год. лек,		До наступного заняття за розкладом

розв'язку поставлених задач для рівняння теплопровідності. Теорема про стабілізацію розв'язків рівняння теплопровідності.			2 год. практ. зан., 4 год сам. роб.		
Тема 11. Фундаментальний розв'язок рівняння теплопровідності. Інтеграл Пуассона. Принцип Дюамеля.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття заняття, 2 год. лек, 2 год. практ. зан., 4 год сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 12. Метод Фур'є розв'язання крайових задач для рівняння теплопровідності. Аналіз функціональних просторів.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття заняття, 2 год. лек, 2 год. практ. зан., 4 год сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 13. Гармонічні функції. Зв'язок між аналітичними та гармонічними функціями.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття заняття, 2 год. лек, 2 год. практ. зан., 4 год сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 14. Формула Остроградського. Формули Гріна. Лема про тепловий потік.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття заняття, 2 год. лек, 2 год. практ. зан., 4 год сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 15. Принцип симетрії. Сферично симетричні розв'язки рівняння Лапласа. Фундаментальний розв'язок оператора Лапласа.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття заняття, 2 год. лек, 2 год. практ. зан., 4 год сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 16. Елементи теорії потенціалу. Потенціали та їх властивості. Представлення функцій через потенціали.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття заняття, 3 год. лек, 3 год. практ. зан., 6 год сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 17. Загальні теореми про середнє значення. Теореми про середнє	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до		До наступного заняття за

значення по сфері та по кулі для гармонічних функцій.			практичного заняття заняття, 2 год. лек, 2 год. практ. зан., 4 год сам. роб.		розкладом
Тема 18. Принцип максимуму для гармонічних функцій. Теорема єдиності розв'язку задачі Діріхле для рівняння Пуассона.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття заняття, 2 год. лек, 2 год. практ. зан., 4 год сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 19. Функція Гріна для кулі. Формула Пуассона розв'язку задачі Діріхле для рівняння Пуассона в кулі.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття заняття, 2 год. лек, 2 год. практ. зан., 4 год сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 20. Метод Фур'є розв'язання крайових задач для рівняння Пуассона в прямокутних областях. Аналіз функціональних просторів.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття заняття, 3 год. лек, 3 год. практ. зан., 6 год сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Контрольна робота				1	
Тема 21. Нерівність Харнака. Перша теорема Ліувіля.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття заняття, 2 год. лек, 2 год. практ. зан., 4 год сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 22. Оцінка похідних гармонічних функцій. Друга теорема Ліувіля.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття заняття, 2 год. лек, 2 год. практ. зан., 4 год сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 23. Лема про косу похідну. Теорема єдиності розв'язку задачі Неймана для рівняння Пуассона.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття заняття, 2 год. лек, 2 год. практ. зан., 4 год сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 24. Теорема про усуну особливості гармонічних функцій.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до		До наступного заняття за

			практичного заняття заняття, 2 год. лек, 2 год. практ. зан., 4 год сам. роб.		розкладом
Тема 25. Зовнішні задачі для рівняння Пуассона.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття заняття, 2 год. лек, 2 год. практ. зан., 4 год сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 26. Метод Фур'є розв'язання крайових задач для рівняння Пуассона в кругових областях. Аналіз функціональних просторів.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття заняття, 2 год. лек, 2 год. практ. зан., 4 год сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 27. Теорема про компактність сім'ї гармонічних функцій.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття заняття, 2 год. лек, 2 год. практ. зан., 4 год сам. роб.		До наступного заняття за розкладом
Тема 28. Узагальнені розв'язки задачі Діріхле для рівняння Пуассона. Теорема Рісса.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття заняття, 2 год. лек, 2 год. практ. зан., 4 год сам. роб.		
Тестування/ колоквіум				1	
Підсумкове заняття					

7. Система оцінювання курсу

Загальна система оцінювання	Підсумкова оцінка з дисципліни є сумою оцінок (в 10-бальній шкалі) з відповідною вагою за кожен з таких видів робіт: активна робота на практичних заняттях, виконання практикуму, тестування або колоквіум, підсумковий контроль (іспит). Підсумкова оцінка визначається відповідно до поданої нижче таблиці оцінювання за різними шкалами (100-бальна, ECTS, національна).
Практичні заняття	Максимальна оцінка (з врахуванням ваги) за

	активну і змістовну участь у розв'язуванні задач на практичних заняттях становить 10 балів.
Вимоги до практикуму	Пакет індивідуальних завдань для проведення практикуму містить 4-5 завдань у кожному варіанті. Максимальна оцінка (з врахуванням ваги) з практикуму становить 25 балів
Тестування/колоквиум	Пакет індивідуальних завдань для проведення тестування містить 20 завдань у кожному варіанті. Максимальна оцінка (з врахуванням ваги) з практикуму становить 15 балів
Умови допуску до підсумкового контролю	Загальна кількість балів за навчальну (аудиторну) і самостійну (практикум) роботу становить не менше 25 балів.
Підсумковий контроль (іспит)	Кожний варіант екзаменаційного білета містить два теоретичних (по 17 балів) і одне якісне практичне завдання (16 балів). Максимальна оцінка (з врахуванням ваги) за підсумковий контроль становить 50 балів.

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою	
		для екзамену, курсового проекту (роботи), практики	для заліку
90 – 100	A	відмінно	зараховано
80 – 89	B	добре	
70 – 79	C		
60 – 69	D	задовільно	
50 – 59	E		
26 – 49	FX	незадовільно з можливістю повторного складання	не зараховано з можливістю повторного складання

0-25	Е	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни	не зараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни
------	---	---	---

8. Політика курсу

Програмою передбачено обов'язкове відвідування всіх видів занять, виконання всіх видів контролю у визначені терміни, а також самостійна робота студентів.

9. Рекомендована література

1. Бобик О. І., Бобик І.О., Литвин В.В. Рівняння математичної фізики (практикум). –Львів: Науковий світ – 2000, 2010
2. Положий Г.М. Рівняння математичної фізики. - Київ: Радянська школа, 1959
3. Диференціальні рівняння математичної фізики: навчальний посібник/ Лавренчук В.П., Івасишен С.Д., Дронь В.С., Готинчан Т.І.-Чернівці: Рута, 2008
4. Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных.- Москва:Наука,1983
5. Владимиров В.С. Уравнения математической физики.-Москва:Наука, 2003
6. Тихонов А.Н. Уравнения математической физики.-Москва:Главиздат, 1953
7. Перестюк М. О. Теорія рівнянь математичної фізики.- К:Либідь,2006
8. Соболев С.Л. Уравнения математической физики.-Москва:Наука, 1966
9. Михлин С.Г. Курс математической физики.-С-Пб:Лань,2002
10. Курант Р. Уравнения с частными производными, перев. с англ., М:Мир,1964
11. Смирнов М.М. Задачи по уравнениям математической физики.- М:Наука,1975
12. Сборник задач по уравнениям математической физики под ред. В.С. Владимирова-М:Наука,1982
13. Будаков Б.М. Сборник задач по уравнениям математической физики.- М:Государственное издательство технико-теоретической литературы,1972

Викладач _____Казмерчук А. І.