

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ПРИКАРПАТСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ВАСИЛЯ СТЕФАНІКА

Факультет/інститут математики та інформатики

Кафедра математичного та функціонального аналізу

СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Методи функціонального аналізу в
обчислювальній математиці

Освітня програма Бакалавр

Спеціальність 113 Прикладна математика

Галузь знань 11 Математика і статистика

Затверджено на засіданні кафедри
Протокол № 1 від 27.08.2021 р.

ЗМІСТ

1. Загальна інформація
2. Анотація до курсу
3. Мета та цілі курсу
4. Компетентності
5. Результати навчання
6. Організація навчання курсу
7. Система оцінювання курсу
8. Політика курсу
9. Рекомендована література

1. Загальна інформація	
Назва дисципліни	Методи функціонального аналізу в обчислювальній математиці
Рівень вищої освіти	Бакалавр
Викладач (-і)	Федак Іван Васильович
Контактний телефон викладача	0973577603
Е-mail викладача	ivan.fedak@pnu.edu.ua
Формат дисципліни	Лекції, практичні заняття, індивідуальні завдання у формі домашніх контрольних робіт, аудиторна контрольна робота
Обсяг дисципліни	180 год./6 кредитів
Посилання на сайт дистанційного навчання	
Консультації	Консультації проводяться в індивідуальному порядку щодо розв'язування окремих конкретних задач домашньої контрольної роботи або ж за вказаними контактним телефоном чи електронною поштою.
2. Анотація до курсу	
У процесі вивчення дисципліни «Методи функціонального аналізу в обчислювальній математиці» студенти матимуть змогу ознайомитися з елементами функціонального аналізу і тих його напрямків, які безпосередньо примикають до задач обчислювальної математики і її застосувань. Це стосується елементів теорії варіаційних рівнянь, узагальнених розв'язків та просторів Соболева, екстремальних задач теорії наближень, теорії чисельного інтегрування, варіаційних методів, методів композиції, ітераційних, зокрема чебишевських методів, явних стійких різницевих схем для розв'язання жорстких систем рівнянь.	
3. Мета та цілі курсу	
Мета курсу: ознайомити студентів з елементами функціонального аналізу і тих його напрямків, які безпосередньо примикають до задач обчислювальної математики і її застосувань. Завдання курсу: Навчити студентів застосовувати методи функціонального аналізу до розв'язування конкретних задач як теоретичного, так практичного характеру.	
4. Компетентності	
ЗК02. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях. ЗК06. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу. ФК01. Здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем. ФК03. Здатність обирати та застосовувати математичні методи для розв'язування прикладних задач, моделювання, аналізу, проектування, керування, прогнозування, прийняття рішень.	
5. Результати навчання	
РН01. Демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій прикладної математики і використовувати їх на практиці. РН02. Володіти основними положеннями та методами математичного, комплексного та функціонального аналізу, лінійної алгебри та теорії чисел, аналітичної геометрії, теорії диференціальних рівнянь, зокрема рівнянь з частинними похідними, теорії ймовірностей, математичної статистики та випадкових процесів, чисельними методами.	
6. Організація навчання курсу	
Обсяг курсу	
Вид заняття	Загальна кількість годин
лекції	30 год.
семінарські заняття / практичні / лабораторні	30 год.

самостійна робота			120 год.		
Ознаки курсу					
Семестр	Спеціальність	Курс (рік навчання)		Нормативний / вибірковий	
6	Прикладна математика	3		вибіркова	
Тематика курсу					
Тема, план	Форма заняття	Література	Завдання, год	Вага оцінки	Термін виконання
Метричні простори Компактні множини в метричних просторах. Постановка основних екстремальних завдань теорії наближень. Основні характеристики найкращих наближень. Принцип стиснених	Лекція (2 год.) + Пр. зан. (2 год)	[5] ст. 4 – 11 [5] ст. 12 – 13	Аналіз матеріалів теми (2 год.) Індивідуальне завдання (2 год.)	1	Протягом семестру згідно з розкладом занять
Лінійні простори. Нормовані, банахові простори. Простір зі скалярним добутком. Гільбертові простори	Лекція (2 год.) + Пр. зан. (2 год)	[5] ст. 14 – 22 [5] ст. 23	Аналіз матеріалів теми (2 год.) Індивідуальне завдання (2 год.)	1	Протягом семестру згідно з розкладом занять
Задачі про найкраще наближення. Ортогональні розклади та ряди Фур'є у гільбертовому просторі. Деякі екстремальні задачі у нормованому та гільбертовому просторах	Лекція (2 год.) + Пр. зан. (2 год)	[5] ст. 24 – 31 [5] ст. 32 – 33	Аналіз матеріалів теми (2 год.) Індивідуальне завдання (2 год.)	1	Протягом семестру згідно з розкладом занять
Многочлени Чебишева та їх властивості. Многочлени, які найменш відхиляються від нуля Деякі екстремальні многочлени	Лекція (2 год.) + Пр. зан. (2 год)	[5] ст. 34 – 39 [5] ст. 40 – 41	Аналіз матеріалів теми (2 год.) Індивідуальне завдання (2 год.)	1	Протягом семестру згідно з розкладом занять
Лінійні оператори в банахових просторах Простори лінійних операторів Обернені оператори. Лінійні операторні рівняння	Лекція (2 год.) + Пр. зан. (2 год)	[5] ст. 42 – 48 [5] ст. 49 – 51	Аналіз матеріалів теми (2 год.) Індивідуальне	1	Протягом семестру згідно з розкладом занять
Спектр та спектральний радіус оператора. Умови збіжності ряду Неймана. Теорема про збурення. Міра обумовленості оператора. Оцінка похибки розв'язання збуреного рівняння	Лекція (2 год.) + Пр. зан. (2 год)	[6] ст. 4 – 13 [6] ст. 14 – 16	Аналіз матеріалів теми (2 год.) Індивідуальне завдання (2 год.)	1	Протягом семестру згідно з розкладом занять
Принцип рівномірної обмеженості. Лінійні функціонали та спряжений простір. Теорема Рісса. Теорема Хана-Банаха. Задача про оптимізацію квадратурних формул. Принцип двоїстості	Лекція (2 год.) + Пр. зан. (2 год)	[6] ст. 17 – 24 [26] ст. 25 – 26	Аналіз матеріалів теми (2 год.) Індивідуальне завдання (2 год.)	1	Протягом семестру згідно з розкладом занять

Спряжені, самоспряжені, симетричні оператори. Власні значення та власні вектори спряжених і симетричних операторів.	Лекція (2 год.) + Пр. зан. (2 год)	[6] ст. 27 – 41 [6] ст. 42 – 44	Аналіз матеріалів теми (2 год.) Індивідуальне завдання (2 год.)	1	Протягом семестру згідно з розкладом занять
Контроль самостійної роботи	ДКР			20	Протягом семестру згідно з розкладом занять
Квадратичні функціонали з позитивно визначеним, симетричним або симетризованим оператором та узагальнені розв'язки операторних рівнянь. Варіаційні методи мінімізації квадратичних функціоналів	Лекція (2 год.) + Пр. зан. (2 год)	[7] ст. 4 – 15 [7] ст. 16 – 17	Аналіз матеріалів теми (2 год.) Індивідуальне завдання (2 год.)	1	Протягом семестру згідно з розкладом занять
Простори Соболева. Теореми вкладення.	Лекція (2 год.) + Пр. зан. (2 год)	[7] ст. 18 – 24 [7] ст. 25 – 26	Аналіз матеріалів теми (2 год.) Індивідуальне завдання (2 год.)	1	Протягом семестру згідно з розкладом занять
Варіаційні рівняння. Теорема Вишика-Лакса-Мільграма. Оператори Діріхле та Неймана. Формула Гріна. Еквівалентні операторні рівняння	Лекція (2 год.) + Пр. зан. (2 год)	[7] ст. 27 – 33 [7] ст. 34 – 35	Аналіз матеріалів теми (2 год.) Індивідуальне завдання (2 год.)	1	Протягом семестру згідно з розкладом занять
Узагальнені розв'язки крайових задач для еліптичного рівняння другого порядку. Оператори Пуанкаре-Стеклова та їх властивості. Рівняння методу композиції	Лекція (2 год.) + Пр. зан. (2 год)	[7] ст. 36 – 44 [7] ст. 45 – 46	Аналіз матеріалів теми (2 год.) Індивідуальне завдання (2 год.)	1	Протягом семестру згідно з розкладом занять

Загальна теорія ітераційних методів. Про існування збіжних ітераційних методів та їх оптимізацію.	Лекція (2 год.) + Пр. зан. (2 год)	[8] ст. 4 – 11 [8] ст. 12 – 13	Аналіз матеріалів теми (2 год.) Індивідуальне завдання (2 год.)	1	Протягом семестру згідно з розкладом занять
Чебишевські однокрокові (двочленні) ітераційні методи Чебишевський двокроковий (тричленний) ітераційний метод. Блоковий чебишевський метод, ітераційний метод розв'язання рівнянь методу композиції. Методи спуску	Лекція (2 год.) + Пр. зан. (2 год)	[8] ст. 14 – 22 [8] ст. 23 – 24	Аналіз матеріалів теми (2 год.) Індивідуальне завдання (2 год.)	1	Протягом семестру згідно з розкладом занять

Диференціювання та інтегрування нелінійних операторів. Метод Ньютона Часткова проблема власних значень Метод послідовного наближення зворотного оператора. Стійкість та оптимізація явних різницевих схем для розв'язання жорстких диференціальних рівнянь	Лекція (2 год.) + Пр. зан. (2 год)	[8] ст. 25 – 35 [8] ст. 26 – 37	Аналіз матеріалів теми (2 год.) Контрольна робота (2 год)	1 25	Протягом семестру згідно з розкладом занять
Контроль самостійної роботи	ДКР			20	Протягом семестру згідно з розкладом занять
Контроль самостійної роботи	Тестова контрольна робота	[8] ст. 39 – 55		20	Протягом семестру згідно з розкладом занять

7. Система оцінювання курсу

Загальна система оцінювання курсу	Залік (100 балів). 3 них: 15 балів – поточне оцінювання; 40 балів – за домашні контрольні роботи, 25 балів – за аудиторну контрольну роботу, 20 балів – за задачу теоретичного модуля у формі тесту.		
	Шкала оцінювання: національна та ECTS		
	Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою
			для заліку
	90 – 100	A	зараховано
	80 – 89	B	
	70 – 79	C	
	60 – 69	D	
	50 – 59	E	
	26 – 49	FX	не зараховано з можливістю повторного складання
0-25	F	не зараховано з обов’язковим повторним вивченням дисципліни	
Вимоги до письмової роботи	Написати розв’язання запропонованих задач з поясненнями (5 балів за кожну задачу аудиторної чи домашньої контрольної роботи)		
Семінарські заняття	Контроль за відвідуванням та виконанням домашніх завдань.		
Умови допуску до підсумкового контролю	Набрати не менше половини балів за кожну з форм оцінювання.		

8. Політика курсу

Акцентування уваги студентів на основних поняттях теорії міри та інтеграла, їх зв'язках з практичними потребами. Обґрунтування потреби у вивченні різних структур функціонального аналізу та лінійних функціоналів і лінійних операторів на цих структурах. Ілюстрація взаємозв'язків між різними підходами до інтегрування функцій та на взаємозв'язках елементів функціонального аналізу з дисциплінами математичного аналізу і лінійної алгебри і його можливостями практичного застосування.

9. Рекомендована література

Базова

1. Колмогоров А.М., Фомін С.В. Елементи теорії функцій і функціонального аналізу. – К.: Вища школа, 1974. – 456с.
2. Натансон И.П. Теория функций вещественной переменной. – М.: Наука, 1974. – 480с.
3. Очан Ю.С. Сборник задач по математическому анализу: Общая теория множеств и функций: Учебное пособие. – М.: Просвещение, 1981. – 271с.
4. Федак І.В. Елементи теорії міри та інтеграла Лебега: Навчальний посібник. – Івано-Франківськ: Сімик, 2011. – 168 с.
5. Федак І.В. Курс лекцій з функціонального аналізу та теорії міри: Навчальний посібник для студентів спеціальності «Прикладна математика». Ч. 1. Вимірні множини та вимірні функції. – Івано-Франківськ: ПНУ, 2018. – 52с.
6. Федак І.В. Курс лекцій з функціонального аналізу та теорії міри: Навчальний посібник для студентів спеціальності «Прикладна математика». Ч. 2. Інтеграл Лебега. – Івано-Франківськ: ПНУ, 2018. – 56с.
7. Федак І.В. Курс лекцій з функціонального аналізу та теорії міри: Навчальний посібник для студентів спеціальності «Прикладна математика». Ч. 3. Основні структури функціонального аналізу. – Івано-Франківськ: ПНУ, 2018. – 48с.
8. Федак І.В. Курс лекцій з функціонального аналізу та теорії міри: Навчальний посібник для студентів спеціальності «Прикладна математика». Ч. 4. Лінійні функціонали та лінійні оператори. – Івано-Франківськ: ПНУ, 2018. – 56с.
9. Федак І.В. Функціональний аналіз: Навчальний посібник. – Івано-Франківськ: Голіней, 2011. – 120с.

Допоміжна

1. Антоневи́ч А.Б., Радыно́ Я.В. Функциональный анализ и интегральные уравнения: Учебник. – Минск: БГУ, 2006. – 430с.
2. Антоневи́ч А.Б., Ваткина Е.И., Мазель М.Х. и др. Функциональный анализ и интегральные уравнения: Лаб. практикум: Учеб. пособие. / Под редакцией А.Б. Антоневи́ча и Я.В. Радыно́. – Минск: БГУ, 2006. – 179с.
3. Васи́лишин Т.В., Гой Т.П., Федак І.В. Інтегральні рівняння: Навчальний посібник. – Івано-Франківськ: Голіней, 2016. – 224с.
4. Рисс Ф., Сёкефальви-Надь Б. Лекции по функциональному анализу. – М.: Мир, 1979. – 588с.
5. Соболев В.И. Лекции по дополнительным главам математического анализа. – М.: Наука, 1968. – 288с.
6. Теляковский С.А. Сборник задач по теории функций действительного переменного. – М.: Наука, 1980. – 112с.

Викладач Федак