Міністерство освіти і науки України
Прикарпатський національний університет
імені Василя Стефаника

Махней О. В.

Лабораторний практикум у Maple

Методичні рекомендації
до проведення лабораторних занять

Івано-Франківськ
2010

УДК 004.43:519.682.3
ББК 32.973.26-018.2
М36

Рекомендовано до друку Вченою радою факультету математики та інформатики Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника (протокол № 2 від 22 жовтня 2010 р.).

Рецензенти:

Федорук П. І., доктор технічних наук (Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника),

Гой Т. П., кандидат фізико-математичних наук, доцент (Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника)

М36 Махней О. В. Лабораторний практикум у Maple. [Текст] : методичні рекомендації до проведення лабораторних занять / Махней О. В. – Івано-Франківськ : Видавничо-дизайнерський відділ Центру інформаційних технологій Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника, 2010. – 32 с.

Наведено методичні рекомендації до виконання лабораторних робіт по системі аналітичних обчислень і числових розрахунків Maple. Призначено для проведення лабораторних занять з курсу «Математичне забезпечення систем автоматизації прикладних досліджень».

Для студентів напряму підготовки «прикладна математика». Може бути корисним для студентів галузей знань «фізико-математичні науки», «природничі науки», «системні науки та кібернетика».

Зміст

Передмова

Сучасні засоби комп'ютерної математики значно полегшують рутинну роботу обчислювального характеру й аналітичних перетворень при розв'язуванні різноманітних математичних задач. Без застосування систем комп'ютерної математики вже неможливо уявити як числові, так і аналітичні розрахунки в науково-дослідницьких роботах.

На сьогоднішній день є чимало спеціальних математичних пакетів комп'ютерних програм, які дозволяють розв'язувати різноманітні математичні задачі. Математичний пакет MathCad орієнтований, перш за все, на здійснення числових розрахунків. Пакети MATLAB, Scilab, Octave і FreeMat створені, у першу чергу, для роботи з числовими матрицями і векторами і мають бути зручними для інженерів. Математичні пакети Maple, Mathematica, Maxima і MuPAD розраховані на здійснення символьних (тобто аналітичних) обчислень. Одним з найбільш популярних і потужних є пакет аналітичних обчислень і числових розрахунків Maple, розроблений в університеті Ватерлоо (Канада).[1]

Методичні рекомендації містять дванадцять лабораторних робіт, призначених для проведення лабораторних занять з використанням пакета Maple у межах курсу «Математичне забезпечення систем автоматизації прикладних досліджень». На вивчення системи Maple у рамках цього курсу відводиться 18 годин лекцій і 34 години практичних занять. Матеріал лабораторних робіт охоплює основи Maple і одинадцять пакетів – додаткових бібліотек системи Maple (linalg, combinat, simplex, RootFinding, plots, DEtools, PDEtools, geometry, geom3d, stats, CurveFiitting). Для виконання десятої й одинадцятої робіт потрібно по дві пари. На першу контрольну роботу виноситься матеріал перших шести лабораторних робіт, а на другу – решти робіт (звичайно, для виконання другої контрольної роботи потрібно певною мірою знати і основи – матеріал перших лабораторних робіт). Для виконання шостої лабораторної роботи

[1] Maple є зареєстрованою торговою маркою компанії Waterloo Maple Inc.

необхідна версія програми не нижча за Maple 9.5, а для виконання дванадцятої роботи – за Maple 8. Для виконання решти лабораторних робіт достатньо Maple 6.

Основи роботи у середовищі Maple

Тут розглядаються лише основні поняття, необхідні для роботи з системою Maple. Навіть більш-менш ґрунтовний виклад принципів роботи з пакетом Maple потребує окремої досить грубої книги.

Робота з Maple здійснюється у вигляді інтерактивного сеансу: користувач вводить на робочому листі команди (під ними зараз розуміємо певні інструкції) і натисненням клавіші `Enter` передає їх на виконання ядру Maple. Всі введені команди і результати обчислень, які відображаються, формують вміст робочого листа – основного документа, який створює Maple і з яким він працює. Його можна зберегти на диску, відкрити, знову виконати команди, що на ньому містяться, чи провести їх коригування.

Робочий лист складається з областей введення і областей виведення. У перших вводяться команди, у других відображуються результати їх виконання. Вміст областей введення і виведення утворює групу обчислень, яка на робочому листі відмічається зліва квадратною дужкою.

Команди вводяться в області введення після символу-запрошення `>` у формі синтаксису мови Maple, а відображатись вони можуть у цій самій формі або у вигляді звичного математичного запису (в останніх версіях програми за замовчуванням використовується другий варіант). Кожна команда, яка вводиться в області введення, повинна закінчуватись крапкою з комою (`;`) або двокрапкою (`:`). Якщо вживається крапка з комою, то результат виконання команди буде відображатись у області виведення, двокрапка використовується для проміжних обчислень, результати яких відображати не потрібно. Якщо команда достатньо довга і не поміщається у рядку, то Maple автоматично перенесе її у наступний рядок. В одному рядку можна вводити кілька команд, відокремлених крапкою з комою чи двокрапкою.

За замовчуванням результати виконання команди відображаються у вигляді звичного математичного запису. Отриману формулу чи її частину можна скопіювати в область введення (вона відобразиться у формі синтаксису мови Maple, якщо у цій формі відображається вміст області введення).

Крім груп обчислень, на робочому листі можуть бути коментарі, які створюються за допомогою команд меню Maple чи кнопок панелі інструментів. Коментарем є також частина рядка в області введення, яка починається з символу `#`.

Треба мати на увазі, що у пам'яті комп'ютера під час сеансу роботи з робочим листом зберігаються всі результати виконання команд, навіть якщо самі команди або результати їх роботи після цього були видалені (звичайно, якщо не вживати спеціальних заходів для знищення цієї інформації). Водночас, після відкриття робочого листа у пам'яті комп'ютера немає результатів обчислень, хоча вони є на робочому листі у відповідних областях виведення.

Maple вміє працювати з цілими числами, звичайними дробами, алгебричними коренями, числами з плаваючою крапкою та комплексними числами. В арифметичних виразах можна використовувати операції піднесення до степеня (`^`), множення (`*`), ділення (`/`), додавання (`+`), віднімання (`-`), факторіал (`!`). Порядок виконання цих операцій є стандартним, а для його зміни використовують круглі дужки.

У виразах можна використовувати такі сталі: `Pi` – число $\pi = 3.1415926\ldots$, `I` – уявна одиниця $i = \sqrt{-1}$, `infinity` – нескінченність ∞ та деякі інші. Знак `%` позначає результат виконання попередньої операції. Його також можна використовувати у виразах.

Два вирази, поєднані знаком `=`, є рівнянням. Нерівність складається з двох виразів, поєднаних знаками `>`, `<`, `>=` або `<=`.

Вирази, рівняння, нерівності та інші об'єкти можна присвоювати змінним операцією присвоювання (`:=`). Кожна змінна Maple має ім'я, яке може складатися з латинських букв, цифр і символу підкреслення, але першим символом імені цифра бути не може. Великі і малі букви розрізняються. Змінна, ім'я якої збігається з ім'ям грецької букви, відображається відповідною грецькою буквою. Змінна, якій нічого не присвоєно, трактується як невідома. Існують системні змінні, яким від самого початку щось присвоєно. Наприклад, системна змінна `Digits` визначає необхідну кількість значущих цифр при наближених обчисленнях з десятковою крапкою.

Основні можливості Maple реалізовані за допомогою функцій, які також називають ***командами***. Кожна команда Maple (а їх є декілька тисяч) має назву і кілька аргументів, які записуються у круглих дужках через кому після назви команди. У деяких випадках аргументами команди можуть бути ***множини*** – послідовності виразів через кому у фігурних дужках – і ***списки*** – послідовності виразів через кому у квадратних дужках. Останні необов'язкові аргументи команди, які мають вигляд ключового слова або рівності «ключове слово=властивість», називають ***опціями***. Деякі команди мають необов'язкові аргументи, які записуються у квадратних дужках перед круглими. Результат дії команди можна присвоїти змінній, використати у виразі, він може бути аргументом іншої команди. У протилежному разі результат виконання команди просто відобразиться в області виведення (якщо команда завершується крапкою з комою).

У таблиці наведено команди для основних математичних функцій.

Функція	Команда Maple
$\sin x$	`sin(x)`
$\cos x$	`cos(x)`
$\operatorname{tg} x$	`tan(x)`
$\operatorname{ctg} x$	`cot(x)`
$\sec x$	`sec(x)`
$\operatorname{cosec} x$	`csc(x)`
$\arcsin x$	`arcsin(x)`
$\arccos x$	`arccos(x)`
$\operatorname{arctg} x$	`arctan(x)`
$\operatorname{arcctg} x$	`arccot(x)`
e^x	`exp(x)`
$\ln x$	`ln(x)`
$\lg x$	`log10(x)`
$\log_a x$	`log[a](x)`
$\|x\|$	`abs(x)`
$\operatorname{sgn} x$	`signum(x)`

Функція	Команда Maple
$\sqrt{x}$	`sqrt(x)`
$\sqrt[n]{x}$	`surd(x,n)`
$[x]$ (ціла частина)	`floor(x)`
$\{x\}$ (дробова частина)	`frac(x)`
$\operatorname{sh} x$	`sinh(x)`
$\operatorname{ch} x$	`cosh(x)`
$\operatorname{th} x$	`tanh(x)`
$\operatorname{cth} x$	`coth(x)`

Не всі команди пакета Maple містяться в основній бібліотеці. Більшість команд, які реалізують спеціальні можливості Maple, знаходяться у додаткових пакетах (бібліотеках). В останніх версіях програми цих пакетів є більше ста.

Всі знання, необхідні для виконання лабораторних робіт, студенти можуть отримати на лекціях. Крім того, рекомендується використовувати для самостійної підготовки книги [1 – 5] і довідкову систему Maple. У перших кількох лабораторних роботах в якості підказок у дужках вказані назви команд. Формат їх використання студенти повинні знати з лекцій. Крім того, його можна отримати за допомогою довідкової системи. У наступних лабораторних роботах назви команд вказуються лише в окремих, складніших випадках (студенти вже мали б звикнути до роботи з програмою та її довідковою системою). В останніх лабораторних роботах з метою стимулювання творчої активності студентів послідовність дій для розв’язування поставлених задач дається скорочено.

Лабораторна робота № 1. Обчислення у Maple

1. Ввести на робочому листі Maple своє прізвище і ім'я як текстовий коментар.

2. Обчислити на робочому листі Maple суму $5+8$.

3. Обчислити вираз $2+3\cdot 5^2$.

4. Обчислити $\frac{5}{7}-\frac{3}{4}$.

5. Обчислити $\frac{9}{6}$.

6. Відобразити область введення для обчислення попереднього виразу у звичному математичному записі.

7. Обчислити $\sqrt{75}$ (для квадратного кореня використовується команда `sqrt`).

8. Обчислити $\sqrt[3]{625}$ (для кубічного кореня можна використовувати команду `surd`, другим аргументом якої є показник кореня).

9. Отримати десяткове наближення $\sqrt[3]{625}$ з десятьма та двадцятьма значущими цифрами (команда `evalf`, другим аргументом якої може бути кількість значущих цифр).

10. Обчислити $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$.

11. Отримати десяткове наближення $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$ з шістдесятьма значущими цифрами.

12. Розкласти на множники числа 432 та 2352 (команда `ifactor`).

13. Знайти цілу частину та остачу від ділення 47 на 4 (команди `iquo` та `irem`).

14. Знайти найбільший спільний дільник чисел 714 та 1022 (команда `igcd`).

15. Знайти $\operatorname{arctg} 1$ (команда `arctan`).

16. Знайти $\operatorname{tg}\frac{\pi}{3}$ та спробувати знайти $\operatorname{ctg}\pi$ (команди `tan` та `cot`).

17. Обчислити $\log_2 8$.

18. Обчислити $\ln 1$.

19. Побудувати послідовність значень $\cos x$ від 0 до 2π з кроком $\frac{\pi}{6}$ (команда `seq`).

20. Створити множини $A=\{3,2,4,5,4,7\}$ і $B=\{5,0,1,2,3\}$.

21. Знайти $A \cup B$, $A \cap B$, $C \cap B$, $A \backslash B$ (ключові слова `union`, `intersect` і `minus`).

22. Поекспериментуйте з відображенням областей введення для попереднього пункту.

23. Обчислити 100! та підрахувати кількість цифр у цьому числі (команда `length`).

24. Знайти точне значення тисячної значущої цифри десяткового наближення числа π.

25. Присвоївши змінній f вираз $x^3 + \cos x$, обчислити значення виразу f при $x = 0$ і при $x = 1$ (команда `eval`), знайти також десяткове наближення останнього виразу.

26. Присвоїти змінній x значення 5 і обчислити вираз f, присвоїти змінній x значення $\frac{\pi}{3}$ і обчислити вираз f.

27. Виконати присвоювання $x :=$ 'x' та обчислити значення виразу f.

28. Задати функцію $g(x) = x^3 + \cos x$ (команда `g:=x->x^3+cos(x);`) та обчислити $g(0)$ і $g(1)$.

29. Створити комплексні числа $a = \frac{1}{2} + 3i$ та $b = 2 + 6i$ (уявна одиниця в Maple позначається через `I`).

30. Обчислити $a + b$, $a - b$, $a \cdot b$, $\frac{a}{b}$ та знайти комплексно спряжене до числа a і аргумент числа a (команди `conjugate` і `argument`).

Лабораторна робота № 2. Побудова графіків у Maple

1. Ввести на робочому листі Maple своє прізвище і ім'я як текстовий коментар.

2. Побудувати графік функції $y = x \sin x$ (команда `plot`).

3. Побудувати графік функції $y = x^2 \sin x$, виділити останній графік та поекспериментувати з кнопками контекстної панелі інструментів та командами основного і контекстного меню, що стосуються графіки.

4. Побудувати графік останньої функції, обмеживши область зміни аргументу діапазоном `-20..20`, а область значень функції діапазоном `-40..40`, крім того, задати опцію `scaling=constrained`. Порівняти результати.

5. Побудувати в одній системі координат графіки трьох функцій $y = x$, $y = x \sin x$ та $y = x^2 \sin x$, задавши обмеження областей зміни аргументу та значень функцій діапазоном `-40..40`. Для графіка першої функції вибрати суцільну синю лінію, другої – пунктирну червону, а третьої – штрихпунктирну зелену (опції `color=[blue, red, green]`, `linestyle=[1,3,4]`). Третю лінію зробити втричі товстішою за інші (опція `thickness=[1,1,3]`). Задати легенду графіків (`legend=["y=x", "y=x^2*sin(x)", "y=x*sin(x)"]`).

6. Виконати команду

```
plot(x*cos(x^3), x=-5..5, numpoints=1000,
scaling=constrained, labels=[x, "y=x*cos(x^3)"],
xtickmarks=[-5,-4,-2,-1,0,1,2,3,4,5], ytickmarks=11,
title="Графік функції y=x*cos(x^3)");
```

Проаналізувати результат.

7. Побудувати графік функції $y = \operatorname{tg} x$ (пересвідчитись, що при цьому необхідно задати обмеження на область значень та опцію `discont=true`).

8. Побудувати графік функції $y = x \sin \frac{1}{x}$, задавши обмеження `x=-0.5..0.5` та вказавши опцію `numpoints=1000` для більшої точності побудови графіка.

9. Побудувати графік параметрично заданої функції $x = \cos t$, $y = \sin^3 t$, $0 \leqslant t \leqslant 2\pi$ і вказати назви осей координат ($x = \cos t$, $y = \sin^3 t$).

10. Побудувати графік функції, заданої таблично

x	-3	-2	-1	0.5	1	2	3
y	7	3	5	3	2	-3	0

Не забудьте поставити опцію `style=point`.

11. Побудувати графік функції

$$y = \begin{cases} x^2, & x \leqslant -1, \\ 2 - x^2, & -1 < x \leqslant 1, \\ \cos(x-1), & x > 1 \end{cases}$$

на проміжку $[-4, 10]$.

12. Побудувати графік функції $z = x^2 + y^2 + 1$ (команда `plot3d`, потрібно задати діапазони по x і по y, наприклад, `-5..5`).

13. Побудувати гіперболічний параболоїд $z = x^2 - y^2$, розвернути його та додати звичайні осі координат.

14. Побудувати «мавпяче сідло» $z = \frac{xy(x^2-y^2)}{\sqrt{x^2+y^2}}$, задавши осі на трьох ребрах паралелепіпеда, що охоплює поверхню.

15. Побудувати параметрично задану поверхню (лист Мебіуса): $x = (5 + u\cos(t/2))\cos t$, $y = (5 + u\cos(t/2))\sin t$, $z = u\sin(t/2)$, $0 \leqslant t \leqslant 2\pi$, $-1 \leqslant u \leqslant 1$.

16. Побудувати псевдосферу $x = \sin u \cos v$, $y = \sin u \sin v$, $z = \ln \operatorname{tg}(u/2) + \cos u$ $(-2 \leqslant u \leqslant 10,\ 0 \leqslant v \leqslant 2\pi)$.

Лабораторна робота № 3. Перетворення виразів і математичний аналіз у Maple

1. Ввести на робочому листі Maple своє прізвище і ім'я як текстовий коментар.

2. Розкрити дужки у виразі $(x^2+1)(x^3-8)(x+4)$ (команда `expand`).

3. Розкласти на множники отриманий у попередньому пункті результат (команда `factor`).

4. Розкласти на множники над полем дійсних чисел многочлен $x^5 + 27x^4 + 3x - 1$ (команда `factor` з опцією `real`).

5. Звести подібні доданки у виразі $x^3+3x^2-4x+7x^3-x^2+1$ (команда `collect` з вказуванням змінної).

6. Звести подібні доданки у виразі $x^2e^x+5xe^x-4e^x+4x^2-x$ відносно степенів x (команда `collect` з вказуванням змінної). Звести подібні доданки у виразі $x^2e^x + 5xe^x - 4e^x + 4x^2 - x$ відносно e^x (команда `collect` з вказуванням e^x).

7. Позбутись ірраціональності в знаменнику дробу $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$ (команда `rationalize`).

8. Спростити вираз $(3-x^2)(3+x^2)-1$ (команда `simplify`).

9. Спростити вираз $\sqrt{x^2}$ у припущенні, що x додатне (команда `simplify` з опцією `assume=positive`).

10. Знайти границю функції $\lim\limits_{x\to 5} \frac{\sqrt{x+4}-3}{\sqrt{3x+1}-4}$ (команда `limit`).

11. Знайти ту саму границю за допомогою відкладеної команди `Limit` і команди `value` та відобразити рівність $\lim\limits_{x\to 5}\frac{\sqrt{x+4}-3}{\sqrt{3x+1}-4}=$ значення границі.

Вказівка: `Limit(...,x=5): %=value(%);`

12. Знайти суму ряду $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$ за допомогою команди `sum`.

13. Знайти суму того самого ряду за допомогою відкладеної команди `Sum` і команди `value` та відобразити рівність $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}=$ сума ряду.

14. Знайти похідну функції $x\sin(3x-y)$ за змінною x (команда `diff`).

15. Знайти похідну функції $x\sin(3x-y)$ за змінною y.

16. Знайти похідну функції $x\sin(3x-y)$ за змінною x за допомогою відкладеної команди `Diff` та відобразити рівність $\frac{\partial}{\partial x}(x\sin(3x-y))=$ похідна.

17. Знайти $\frac{\partial^3}{\partial x^3}(x\sin(3x-y))$ та $\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}(x\sin(3x-y))$.

18. Знайти інтеграл $\int\frac{1}{\sqrt{x-3}+2x-6}\,dx$ за допомогою команди `int` та відобразити рівність $\int\frac{1}{\sqrt{x-3}+2x-6}\,dx=\ldots$ за допомогою відкладеної команди `Int`.

19. Знайти інтеграл $\int\limits_4^{10}\frac{1}{\sqrt{x-3}+2x-6}\,dx$ за допомогою команди `int` та відобразити рівність $\int\limits_4^{6}\frac{1}{\sqrt{x-3}+2x-6}\,dx=\ldots$ за допомогою відкладеної команди `Int`.

20. Записати за формулою Тейлора e^x за степенями x (команда `taylor`).

21. Записати за формулою Тейлора $\operatorname{ctg}(\ln x)$ за степенями $x-2$.

22. Розвинути в ряд Лорана функцію $z/(z^2+1)^2$ за степенями $z-i$.

23. Знайти точки, в яких функція $y=x^4+2x^3-1$ може мати екстремум, та значення функції у цих точках.

24. Знайти мінімальне і максимальне значення функції $y=x^4+2x^3-1$ на проміжку $[-2,10]$ та точки, в яких воно досягається.

Лабораторна робота № 4. Розв'язування рівнянь, нерівностей та систем рівнянь у Maple

1. Ввести на робочому листі Maple своє прізвище і ім'я як текстовий коментар.

2. Розв'язати кубічне рівняння $x^3 - 2x + 1 = 0$.

3. Розв'язати рівняння $5^x - 2 \cdot 3^x = -5^{x-1}$.

4. Розв'язати систему рівнянь $\begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{13}{6}, \\ x + y = 5. \end{cases}$

5. Знайти всі розв'язки тригонометричного рівняння $3\sin^2 x - 4\sin x \cos x + 5\cos^2 x = 2$ (для цього потрібно присвоїти системній змінній `_EnvAllSolutions` значення `true`).

6. Розв'язати нерівність $\log_{1/3}(2 + x) \geqslant -1$.

7. Спробувати точно розв'язати рівняння $x^5 - 2x - 1 = 0$, знайти наближені дійсні розв'язки цього рівняння.

8. Знайти всі розв'язки попереднього рівняння (опція `complex` команди `fsolve`).

9. Знайти наближений розв'язок трансцендентного рівняння $x + 2 = \sin x$.

10. Знайти наближений розв'язок трансцендентного рівняння $x + 5 = e^x$.

11. Знайти наближений розв'язок рівняння $x + 5 = e^x$ на проміжку $[0; 10]$.

12. Зінтегрувати звичайне диференціальне рівняння $(1 + y^2)x + (1 + x^2)y' = 0$.

13. Зінтегрувати лінійне по x диференціальне рівняння $ydx + (2x - 10y^3)dy = 0$.

14. Знайти розв'язок диференціального рівняння

$$(x\cos y - y\sin y)y' + x\sin y + y\cos y = 0.$$

15. Зінтегрувати диференціальне рівняння $y = 2xy' + y'^2$ з опцією `implicit` та без неї. Проаналізувати результат.

16. Розв'язати початкову задачу

$$(x^2 + 1)y' - xy = (x^2 - x + 1)e^x, \quad y(0) = 4.$$

17. Зінтегрувати лінійне диференціальне рівняння

$$y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}.$$

18. Розв'язати систему диференціальних рівнянь

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x - 3y, \\ \frac{dy}{dt} = x - 2y + 2\sin t. \end{cases}$$

19. Знайти частинний розв'язок попередньої системи диференціальних рівнянь, який задовольняє початкові умови $x(0) = 5$, $y(0) = 10$.

20. Спробувати знайти точний розв'язок початкової задачі $y'' - 8x^4y' + 4y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$. Знайти розв'язок цієї початкової задачі у вигляді степеневого ряду (опція `type=series`).

21. Знайти числовий розв'язок початкової задачі $y''-8x^4y'+ + 4y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$ у точках $x = 0$, $x = 0.2$ і $x = 2$ (опція `type=numeric`).

22. Розв'язати диференціальне рівняння з частинними похідними $y^2\frac{\partial z}{\partial x} + xy\frac{\partial z}{\partial y} = x$.

23. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння коливань струни $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$.

24. Спробувати знайти загальний розв'язок диференціального рівняння з частинними похідними $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$. Переконатись, що програма шукає розв'язок методом відокремлення змінних (методом Фур'є).

25. Розв'язати попереднє рівняння з опцією `INTEGRATE`.

26. Розв'язати інтегральне рівняння Фредгольма другого роду $y(x) + \int\limits_0^\pi (xt^2 - t)y(t)dt = \cos x$.

27. Розв'язати інтегральне рівняння Вольтерра першого роду $\int\limits_0^x (x + t + 1)y(t)dt = x^2$.

Лабораторна робота № 5. Лінійна алгебра у Maple

1. Ввести на робочому листі Maple своє прізвище і ім'я як текстовий коментар.

2. Ввести матриці

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ -1 & 0 & 2 \\ 5 & 7 & 9 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 6 & -8 \\ -11 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 13 \end{pmatrix}$$

і вектор $C = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix}$.

3. Обчислити суму матриць A і B.

4. Обчислити добуток матриці A на число 3.

5. Обчислити добутки матриць AB, BA, AC.

6. Підключити пакет `linalg`.

7. Обчислити детермінант матриці A, її ранг, знайти обернену та транспоновану матриці.

8. Знайти розв'язок векторного рівняння $Ax = C$ (команда `linsolve`).

9. Знайти власні значення та власні вектори матриці A (команди `eigenvals` та `eigenvects`).

10. Ввести вектори $a = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ і $b = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$.

11. Обчислити скалярний добуток векторів a і b.

12. Обчислити векторний добуток векторів a і b.

13. Обчислити величину кута між векторами a і b, а також її десяткове наближення у градусах.

14. Утворити з матриць A і B нову матрицю шляхом їх об'єднання по горизонталі. Утворити з матриць A і B нову матрицю шляхом їх об'єднання по вертикалі.

15. Створити матрицю мінору матриці A для її середнього елемента.

16. Утворити матрицю шляхом додавання до останнього стовпця матриці B її другого стовпця, помноженого на число -2.3.

17. Обчислити основні три норми матриці A (максимальна сума модулів елементів у рядку – $\|A\|_\infty$, максимальна сума модулів елементів у стовпці – $\|A\|_1$, корінь квадратний із суми квадратів елементів).

18. Обчислити основні три норми вектора a (максимальний із модулів елементів – $\|a\|_\infty$, сума модулів елементів – $\|a\|_1$, корінь квадратний із суми квадратів елементів).

19. Обчислити число обумовленості матриці A для трьох основних норм матриці.

20. Побудувати матрицю Вронського та обчислити визначник Вронського для функцій $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$.

Лабораторна робота № 6. Використання пакетів combinat, simplex, RootFinding і програмування у Maple

1. Обчислити кількість комбінацій без повторень з 10 елементів по 4, тобто C_{10}^4.

2. Обчислити кількість комбінацій з елементів a, b, c, d, a, e по 3.

3. Побудувати всі можливі комбінації з елементів a, b, c, d, a, e по 3.

4. Обчислити кількість всеможливих комбінацій з елементів a, b, c, d, a, e (по всім k від 0 до 6).

5. Побудувати всі можливі комбінації з елементів a, b, c, d, a, e (по всім k від 0 до 6).

6. Обчислити кількість розміщень з елементів a, b, c, d, a, e по 3.

7. Побудувати всі можливі розміщення з елементів a, b, c, d, a, e по 3.

8. Обчислити кількість перестановок з елементів a, b, c, d, a, e.

9. Побудувати всі можливі перестановки з елементів a, b, c, d, a, e.

10. Обчислити 145-те число Фібоначчі.

11. Знайти такі значення невідомих x, y, z, щоб цільова функція $f = -x + 2y + 3z$ набула максимального можливого значення при системі обмежень на невідомі $x + 2y - 3z \leqslant 4$, $5x - 6y + 7z \leqslant 8$, $9x + 10z \leqslant 11$ і умові невід'ємності всіх невідомих. Обчислити також значення цільової функції для знайдених x, y, z.

12. Знайти такі значення невідомих x, y, z, щоб цільова функція $f = -x+2y+3z$ набула мінімального можливого значення при системі обмежень на невідомі з попереднього пункту. Обчислити також значення цільової функції для знайдених x, y, z.

13. Знайти хоч один наближений корінь рівняння $e^z - 3z = 4$ за допомогою команди `fsolve`.

14. Знайти всі (дійсні і комплексні) корені рівняння $e^z - 3z = 4$ у прямокутнику $-10 \leqslant \operatorname{Re} z \leqslant 10$, $-10 \leqslant \operatorname{Im} z \leqslant 10$ та зобразити їх на площині.

15. Спробувати розв'язати систему рівнянь $x^3 + y^2 = 5$, $xy = 4$ за допомогою команди `solve`.

16. Розв'язати систему рівнянь з попереднього пункту за допомогою команд `BivariatePolynomial` і `Homotopy`.

17. Розв'язати систему рівнянь $x^3 + y^2 - 5xyz + 2 = 0$, $xy + z^2 = 4$, $x^2 - y^3 - z^4 + 18 = 0$.

18. Створити нову команду maxabs, яка б для її єдиного аргументу – матриці, повертала абсолютну величину найбільшого за модулем елемента цієї матриці. Передбачити можливість стандартної підказки англійською мовою при введенні некоректного аргументу. Для визначення розмірностей матриці по горизонталі й вертикалі слід використовувати команди `coldim` і `rowdim` з пакета `linalg` відповідно. Матриця має тип `matrix`. Протестувати створену команду.

Лабораторна робота № 7. Використання пакета plots для побудови двовимірних графіків у Maple

1. Ввести на робочому листі Maple своє прізвище і ім'я як текстовий коментар.

2. Побудувати у полярній системі координат графік кардіоїди $r = 1 + \cos\varphi$, $\varphi \in [0, 2\pi]$.

3. Побудувати у полярній системі координат графік параметрично заданої функції $r = r$, $\varphi = \sin 2r$, $0 \leqslant r \leqslant 7$.

4. Побудувати графік неявно заданої функції $x^2 + y^3 - 8 = 0$, $-10 \leqslant x \leqslant 10$, $-5 \leqslant y \leqslant 2$ (для кращого відображення графіка скористатись опцією `grid=[50, 50]`).

5. За допомогою команди `odeplot` побудувати графік розв'язку початкової задачі $y'' - 3(x^3 + 1)y' + 10y^2 \cos x^2 = e^{x^4}$, $y(1) = 5$, $y'(1) = 3$ на проміжку $[-1.1, 1.3]$, скориставшись спочатку командою `dsolve` з опцією `type=numeric`.

6. За допомогою команди `odeplot` побудувати графіки функцій $x = x(t)$, $y = y(t)$ та $y = y(x)$ $(-2 \leqslant t \leqslant 2)$ для системи диференціальних рівнянь

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 4x - y, \\ \frac{dy}{dt} = x + 2y + x^3 \end{cases}$$

з початковими умовами $x(0) = 3$, $y(0) = 2$ (скористатись командою `dsolve` з опцією `type=numeric` та задати достатнє значення опції `numpoints` при побудові графіка).

7. За допомогою команди `complexplot` зобразити на площині графік комплекснозначної функції $z = \cos x + \sin(ix)$ дійсної змінної x $(i = \sqrt{-1})$.

8. За допомогою команди `inequal` зобразити на площині розв'язок мішаної системи рівнянь і нерівностей $x + y > 0$, $x - y \leqslant 1$, $y = 1$ в області $-4 \leqslant x \leqslant 4$, $-4 \leqslant y \leqslant 4$. Область, яка задовольняє системі нерівностей, має бути зображена червоним кольором, область, яка не задовольняє системі нерівностей, – жовтим кольором, лінія межі строгих нерівностей повинна мати товщину 3 та чорний колір, а лінія межі нестрогих нерівностей та рівностей – товщину 6 та зелений колір.

9. Побудувати сірий многокутник з координатами вершин (0.5, 0.3), (0.7, 2), (2.5, 3.1), (1.7, 1.4), (2, 0).

10. Зобразити на площині щільність ліній рівня функції двох змінних $z = \cos x \cos y$ у квадраті $-6 \leqslant x, y \leqslant 6$ (команда `densityplot`, рекомендується задати густішу сітку опцією `grid`).

11. Зобразити на площині лінії рівня функції з пункту 10 (команда `contourplot`).

12. Зобразити в просторі лінії рівня функції з пункту 10 (команда `contourplot3d`, рекомендується задати густішу сітку опцією `grid`), задати також осі на трьох ребрах паралелепіпеда, що охоплює поверхню (опція `axes=boxed`), подивитись на поверхню з різних боків.

13. Зобразити на площині поле градієнтів функції з пункту 10 (команда `gradplot`). Вибрати товсті стрілки для векторів (опція `arrows=THICK`).

14. Зобразити на площині векторне поле, задане вектором $(x^2+1,\,-3xy)$, $-1 \leqslant x, y \leqslant 1$ (команда `fieldplot`).

15. Зобразити напис «кардіоїда» всередині кардіоїди (пункт 2).

16. Створити анімацію графіка функції $y = \cos(x+\varphi)$, $0 \leqslant x \leqslant 2\pi$, з параметром $0 \leqslant \varphi \leqslant 2\pi$ і переглянути її.

17. Створити анімацію графіка параметрично заданої функції $x = a\cos^3 t$, $y = \sin^3 t$, $0 \leqslant t \leqslant 2\pi$, з параметром $0 \leqslant a \leqslant 2$ і переглянути її.

18. Створити анімацію заданого в полярній системі координат графіка функції $r = t\varphi$, $0 \leqslant \varphi \leqslant 8\pi$, з параметром $1 \leqslant t \leqslant 4$ (задати опції `coords=polar`, `numpoints=200`) і переглянути її.

19. За допомогою команди `animatecurve` створити анімацію графіка функції $y = \sin x$, $-\pi \leqslant x \leqslant \pi$ і переглянути її.

Лабораторна робота № 8. Використання пакета plots для побудови просторових графіків у Maple

1. Ввести на робочому листі Maple своє прізвище і ім'я як текстовий коментар.

2. У циліндричній системі координат зобразити циліндр $r = 1$, $0 \leqslant \theta \leqslant 2\pi$, $-1 \leqslant z \leqslant 1$.

3. У циліндричній системі координат зобразити графік параметрично заданої поверхні $r = st$, $\theta = t$, $z = \cos s^2$, $0 \leqslant t \leqslant \pi$,

$-2 \leqslant s \leqslant 2$, задати осі на трьох ребрах паралелепіпеда, що охоплює поверхню (опція `axes=boxed`), подивитись на поверхню з різних боків, розвернувши систему координат.

4. У сферичній системі координат зобразити сферу ($r = 1$, $0 \leqslant \theta \leqslant 2\pi$, $0 \leqslant \varphi \leqslant \pi$).

5. У сферичній системі координат зобразити графік параметрично заданої поверхні $r = e^s + t$, $\theta = \cos(s + t)$, $\varphi = t^2$, $0 \leqslant s \leqslant 2\pi$, $-2 \leqslant t \leqslant 2$ (рекомендується задати густішу сітку опцією `grid`), задати також осі на трьох ребрах паралелепіпеда, що охоплює поверхню, подивитись на поверхню під різними ракурсами, розвернувши систему координат.

6. Побудувати просторову криву $x = \cos t$, $y = \sin t$, $z = t$ ($0 \leqslant t \leqslant 4\pi$), задати також осі на трьох ребрах паралелепіпеда, що охоплює криву, подивитись на криву з різних боків.

7. Побудувати кругову циліндричну поверхню радіуса 1 вздовж просторової кривої з попереднього пункту (для кращого відображення задати опцію `tubepoints=20`), задати також осі на трьох ребрах паралелепіпеда, що охоплює поверхню, подивитись на поверхню з різних боків.

8. Побудувати графік неявно заданої функції $x^3 + y^3 + z^3 + 1 = (x + y + z)^3$ ($-2 \leqslant x, y, z \leqslant 2$), відобразити також осі на трьох ребрах паралелепіпеда, що охоплює поверхню, подивитись на поверхню під різними ракурсами, розвернувши систему координат.

9. Зобразити у просторі поле градієнтів функції $u = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2 + 1}$, $-2 \leqslant x, y, z \leqslant 2$ (команда `gradplot3d`).

10. Зобразити у просторі векторне поле, задане вектором $(2x^2,\ 2y^3,\ z - xy)$, $-1 \leqslant x, y, z \leqslant 1$ (команда `fieldplot3d`).

11. Побудувати просторовий многокутник з вершинами у точках $(0, 1, 1)$, $(1, -1, 2)$, $(3, 0, 5)$, $(1, 1, 1)$. Задати нормальні осі координат (`axes=normal`).

12. За допомогою команди `complexplot3d` побудувати графік функції комплексної змінної $u = e^z$ у прямокутній області $-2 \leqslant \operatorname{Re} z \leqslant 2$, $-2\pi \leqslant \operatorname{Im} z \leqslant 2\pi$, тобто у прямокутнику від $-2 - 2\pi i$ до $2 + 2\pi i$, задати також осі на трьох ребрах паралелепіпеда, що охоплює поверхню, подивитись на поверхню з різних боків, розвернувши систему координат. На основі аналізу ко-

льорів зробити висновок про залежність аргументу функції u від уявної частини незалежної змінної z.

13. Побудувати графік функції комплексної змінної $u = \cos z$ у прямокутній області $-\pi \leqslant \operatorname{Re} z \leqslant \pi$, $-3 \leqslant \operatorname{Im} z \leqslant 3$, тобто у прямокутнику від $-\pi - 3i$ до $\pi + 3i$, задати також осі на трьох ребрах паралелепіпеда, що охоплює поверхню, подивитись на поверхню з різних боків, за допомогою кольорів зробити висновок про залежність аргументу функції u від зміни дійсної та уявної частин незалежної змінної z.

14. Побудувати графік функції комплексної змінної $u = \operatorname{tg} z$ у прямокутній області $-4 \leqslant \operatorname{Re} z \leqslant 4$, $-3 \leqslant \operatorname{Im} z \leqslant 3$, тобто у прямокутнику від $-4 - 3i$ до $4 + 3i$, задати також осі на трьох ребрах паралелепіпеда, що охоплює поверхню, подивитись на поверхню з різних боків, за допомогою аналізу кольорів зробити висновок про залежність аргументу функції u від зміни дійсної та уявної частин незалежної змінної z.

15. За допомогою команди `complexplot3d` побудувати графік функції двох дійсних змінних $(u(x,y), v(x,y))$, що діє з $\mathbb{R}^2$ в $\mathbb{R}^2$, компоненту $u = x^2 - y^2$ зобразити вздовж третьої просторової осі, а компоненту $v = 3xy$ – кольором. Область зміни змінних є квадратом $-2 \leqslant x, y \leqslant 2$. Задати також осі на трьох ребрах паралелепіпеда, що охоплює поверхню, подивитись на поверхню з різних боків, розвернувши систему координат. Уважно проаналізувати кольори.

16. Зобразити графічно матрицю

$$A = \begin{pmatrix} 8.95 & -1.76 & -1.37 \\ 6.46 & -15.13 & 2.11 \\ -0.34 & -1.67 & 5.83 \end{pmatrix}$$

у вигляді поверхні, що проходить через задані точки, відобразити також осі на трьох ребрах паралелепіпеда, що охоплює поверхню, подивитись на поверхню з різних боків, розвернувши систему координат.

17. Зобразити графічно матрицю A з попереднього пункту у вигляді гістограми (скористатись опцією `heights=histogram`), відобразити також осі на трьох ребрах паралелепіпеда, що охоплює поверхню, подивитись на поверхню з різних боків, розвернувши систему координат.

18. Створити тривимірну анімацію графіка функції $z = \cos(tx)\sin(ty)$, $-1 \leqslant x, y \leqslant 1$, з параметром $1 \leqslant t \leqslant 2$ і переглянути її (задати також опцію `axes=boxed`).

Лабораторна робота № 9. Використання пакетів DEtools та PDEtools для побудови графіків розв'язків диференціальних рівнянь у Maple

1. Ввести на робочому листі Maple своє прізвище і ім'я як текстовий коментар.

2. Спробувати розв'язати початкову задачу $y'' - 2x^2y' + 2y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0.5$ за допомогою команди `dsolve`. Переконатись у тому, що розв'язок задачі через елементарні функції не подається.

3. За допомогою команди `DEplot` побудувати в одній системі координат три інтегральні криві диференціального рівняння $y'' - 2x^2y' + 2y = 0$ ($x \in [-1, 1.5]$), які відповідають трьом наборам початкових умов: $y(0) = 1$, $y'(0) = 0.5$; $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$; $y(0) = 1$, $y'(0) = 1.5$.

4. За допомогою команди `DEplot` побудувати в одній системі координат графіки функції $x = x(t)$ з розв'язку системи диференціальних рівнянь

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - y, \\ \frac{dy}{dt} = 3x + y \end{cases} \quad (t \in [-4, 3.5]),$$

які відповідають двом наборам початкових умов: $x(1) = 3$, $y(1) = 2$; $x(1) = 5$, $y(1) = 4$. Задати значення опції `stepsize=0.1` для більшої гладкості кривих.

5. За допомогою команди `DEplot` зобразити в одній системі координат два графіка функції $y = y(t)$ для системи диференціальних рівнянь з пункту 4 з тими самими початковими умовами.

6. За допомогою команди `DEplot` побудувати фазовий портрет $y = y(x)$ системи диференціальних рівнянь з пункту 4 з тими самими початковими умовами.

7. За допомогою команди `DEplot` побудувати графіки функцій $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$, $y = y(x)$, $z = z(x)$, $z = z(y)$ $(t \in [-4, 4])$ системи диференціальних рівнянь

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - y, \\ \frac{dy}{dt} = 3x + y - z, \\ \frac{dz}{dt} = 3x + y + z \end{cases}$$

з початковими умовами $x(1) = 1$, $y(1) = 1$, $z(1) = 1$. Задати достатнє значення опції `stepsize`.

8. За допомогою команди `DEplot3d` побудувати залежність між t, $x(t)$, $y(t)$ $(t \in [-4, 4])$ для системи диференціальних рівнянь з пункту 7 з тими самими початковими умовами. Задати достатнє значення опції `stepsize`.

9. За допомогою команди `DEplot3d` побудувати залежність між t, $y(t)$, $z(t)$ $(t \in [-4, 4])$ для системи диференціальних рівнянь з пункту 7 з тими самими початковими умовами. Задати достатнє значення опції `stepsize`.

10. За допомогою команди `DEplot3d` побудувати залежність між $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ $(t \in [-4, 4])$ для системи диференціальних рівнянь з пункту 7 з тими самими початковими умовами. Задати достатнє значення опції `stepsize`.

11. Подивитись на просторові криві з пунктів 8 – 10 під різними ракурсами, розвернувши систему координат.

12. Поекспериментувати зі зміною діапазонів по t і по x у пунктах 3 – 10.

13. За допомогою команди `dfieldplot` побудувати поле напрямів для системи диференціальних рівнянь з пункту 4 $(t \in [-4, 4]$, $x \in [-20, 20]$, $y \in [-20, 20])$.

14. За допомогою команди `phaseportrait` побудувати поле напрямів та фазовий портрет для системи диференціальних рівнянь та початкових умов з пункту 4 $(t \in [-4, 4])$. Задати достатнє значення опції `stepsize`.

15. За допомогою команди `dfieldplot` побудувати поле напрямів і знайти графічно число точок рівноваги системи $\frac{dx}{dt} = xy + 4$, $\frac{dy}{dt} = x^2 + y^2 - 17$ $(0 \leqslant t \leqslant 5$, $-6 \leqslant x \leqslant 6$, $-6 \leqslant y \leqslant 6)$.

16. За допомогою команди `PDEplot` побудувати інтегральну поверхню ($x \in [-1,1]$), яка буде розв'язком диференціального рівняння $yz\frac{\partial z}{\partial x}+x\frac{\partial z}{\partial y} = 0$ з початковою умовою $z = x^2$ при $y = 1$.

17. За допомогою команди `PDEplot` створити анімацію інтегральної поверхні ($x \in [-1,1]$), яка буде розв'язком диференціального рівняння з пункту 16 з початковою умовою $z = x^2$ при $y = 1$.

18. Подивитись на поверхню з пункту 16 під різними ракурсами, розвернувши систему координат.

19. Побудувати інтегральну поверхню ($t = z \in [-10, 10]$), яка буде розв'язком диференціального рівняння

$$2x^4\frac{\partial z}{\partial x} - y(2x^2 - y^2)\frac{\partial z}{\partial y} = 1 + z^2$$

з початковою умовою $y = \operatorname{arctg} z$ при $x = 1$. Переконатись, що без додаткових обмежень області опціями поверхню побачити не вдається. Накласти ці обмеження (такі самі, як і на параметр) на осі z і x. Подивитись на поверхню під різними ракурсами, розвернувши систему координат.

Лабораторна робота № 10. Використання пакета geometry у Maple для розв'язування задач аналітичної геометрії та побудови геометричних фігур на площині

Задача 1. Рівняння однієї зі сторін квадрата $x+4y-5=0$. Скласти рівняння трьох інших сторін квадрата, якщо точка з координатами $(-1, 0)$ є точкою перетину його діагоналей. Зобразити цей квадрат на площині.

Хід розв'язування.

1. Створити точку перетину діагоналей $p1$ та пряму $l1$. Зобразити ці об'єкти на площині.

2. Спроектувати точку $p1$ на пряму $l1$. Новій точці дати ім'я $p2$. Визначити координати точки $p2$ та відстань d між точками $p1$ і $p2$. Ця відстань дорівнює половині сторони квадрата.

3. Створити коло $c1$ з центром у точці $p2$ і радіусом d. Знайти v – список точок перетину прямої $l1$ і кола $c1$.

4. Провести перпендикуляри $l2$ і $l3$ до прямої $l1$ у точках $v[1]$ і $v[2]$.

5. Створити прямі $d1$ і $d2$, які з'єднують пари точок $p1$, $v[1]$ і $p1$, $v[2]$ відповідно.

6. Зобразити геометричні об'єкти $p1$, $v[1]$, $v[2]$, $l1$, $l2$, $l3$, $d1$, $d2$ на площині з опцією `printtext=true`.

7. Знайти точки перетину $v3$ і $v4$ прямих $d2$, $l2$ і $d1$, $l3$ відповідно.

8. Створити пряму $l4$, яка проходить через точки $v3$ і $v4$. Зобразити всі чотири прямі $l1$, $l2$, $l3$, $l4$ на площині.

9. Створити три відрізки $s1$, $s2$, $s3$, які з'єднують точку $p1$з точками $v[1]$, $v[2]$ і $p2$ відповідно. Створити квадрат sq по чотирьом точкам $v[1]$, $v3$, $v4$ і $v[2]$.

10. Зобразити на площині точки $p1$, $p2$, $v[1]$, $v[2]$, прямі $l1$, $l2$, $l3$, $l4$, відрізки $s1$, $s2$, $s3$ і повністю зелений квадрат sq. Задати опцію `view=[-4..2, -3..3]`.

11. Зобразити рівняння всіх чотирьох сторін квадрата.

Створити квадрат $sq1$ командою `MakeSquare(sq1,[v[1], 'center'=p1])`, зобразити його на площині і порівняти результати.

Задача 2. Задано трикутник ABC з вершинами у точках $A(-3,2)$, $B(1,9/2)$, $C(2,3/2)$. Зобразити цей трикутник на площині, знайти його площу, периметр (суму довжин трьох сторін), рівняння всіх сторін, центри, радіуси та рівняння вписаного й описаного кіл, точну та наближену (у градусах) величину кута A, рівняння і довжини бісектриси, медіани і висоти, проведених у трикутнику ABC з вершини A. Зобразити трикутник на площині разом з жовтою висотою, синьою бісектрисою і зеленою медіаною, проведеними з вершини A.

Задача 3. Визначити тип кривої другого порядку $x^2-3xy+ + 4y^2 - 6x + 2y = 6$, побудувати її на площині та отримати всю можливу інформацію про неї (використовується команда `conic`). Створити нову криву другого порядку з заданої шляхом повороту її за годинниковою стрілкою на кут $\pi/6$ навколо точки з координатами $(0,3)$. Побудувати її на площині й отримати всю доступну про неї інформацію, включаючи рівняння кривої. Створити нову криву з початкової шляхом дзеркального відображення відносно прямої $2x - 3y + 1 = 0$. Побудувати на одній площині початкову та віддзеркалену криву, а також пряму $2x - 3y + 1 = 0$ (для початкової кривої використати червоний колір, віддзеркаленої кривої – зелений колір, а прямої – синій колір). Переглянути всю доступну інформацію про віддзеркалену криву. Знайти точки перетину прямої і початкової кривої (оскільки команда `intersection` вміє знаходити точки перетину лише прямих і кіл, то доведеться скористатись командою `solve`, а потім – для спрощення виразу – командою `allvalues(%)`). Виконати паралельне перенесення початкової кривої на вектор AB. Побудувати на одній площині початкову криву, перенесену криву та вектор AB.

Лабораторна робота № 11. Використання пакета geom3d у Maple

Задача. Піраміда $SABC$ задана своїми чотирма точками $S(6, 7, 13)$, $A(8, -7, -6)$, $B(-5, 6, -7)$, $C(-3, -4, -10)$. Перевірити, чи всі чотири точки не лежать в одній площині. Перевірити, чи точки A, B і C не лежать на одній прямій. Відобразити піраміду у просторі, задавши осі координат на трьох ребрах паралелепіпеда, що охоплює поверхню, вказавши назви осей координат (опція `labels`) і назву рисунка (опція `title`). Подивитись на піраміду під різними ракурсами. Знайти:

1) рівняння площини, що проходить через точки A, B, C;

2) величину кута між ребром SC і гранню ABC та її десяткове наближення у градусах;

3) площу грані ABC;

4) рівняння висоти, проведеної з вершини S на грань ABC і її довжину;

5) об’єм піраміди.

Сфера задана координатами центру $O(9/2, 9/2, 0)$ і своїм радіусом 4. Отримати рівняння сфери та зобразити на рисунку сферу і піраміду (задати осі координат на трьох ребрах паралелепіпеда, що охоплює поверхню, а також назви осей координат). Знайти рівняння площини ABS. Знайти координати проекції точки O на площину ABS і переконатись, що остання точка лежить всередині сфери, а отже, є центром кола, по якому перетинаються сфера і площина ABS. Знайти рівняння цього кола (скористатись командою `solve`, рівняннями сфери і площини ABS та командою `allvalues(%))`.

Побудувати дотичну площину до сфери, паралельну площині ABS (для цього знайти координати точок перетину прямої, яка з'єднує центр сфери і центр кола, зі сферою, вибрати серед них ту, яка лежить зовні піраміди, і провести через неї дотичну площину). Зобразити на рисунку піраміду, сферу і дотичну площину (задати осі координат на трьох ребрах паралелепіпеда, що охоплює поверхню, а також назви осей координат). Знайти відстань між дотичною площиною та площиною ABS та її десяткове наближення.

Лабораторна робота № 12. Використання пакета stats та інтерполяції у Maple

1. Створити послідовність data1 зі 100 випадкових нормально розподілених чисел з математичним сподіванням 2 і середньоквадратичним відхиленням 3. Створити послідовність data2 з 50 випадкових рівномірно розподілених чисел з проміжку $[1, 7]$. Утворити з двох послідовностей data1 і data2 послідовність data3, яка міститиме члени обох послідовностей (`data3:= data1, data2`). Створити список data4 шляхом сортування елементів списку, відповідного послідовності data3.

2. Визначити кількість елементів списку data4, їх середнє арифметичне, середньоквадратичне відхилення, медіану та побудувати три гістограми для цього списку (звичайну, гістограму з опцією `area=1`, гістограму з опціями `area=1`, `numbars=20`). Проаналізувати результати.

3. Створити новий список data5, згрупувавши дані списку data4 відповідно до списку $[-10..-3, -3..0, 0..3, 3..5, 5..15]$. Побудувати гістограму списку data5.

4. Створити список списків data6, розбивши список data4 на 10 частин однакової ваги. Побудувати гістограму другого елементу списку data6.

5. Створити список data7, замінивши інтервали у списку data5 їх середніми точками.

6. Створити список data8 зі списку data4 за допомогою функції `x->2*x^2+1`. Обчислити середнє арифметичне елементів списку data8, побудувати гістограму для списку data8 з опціями `area=1`, `numbars=40` та точковий графік для двох списків data4 і data8.

7. Знайти методом найменших квадратів рівняння лінійної регресії для двох списків data4 і data8. За допомогою команди `display` з пакета `plots` зобразити в одній системі координат точковий графік для списків data4 і data8 та знайдену лінію регресії (для двох списків найзручніше будувати точковий графік за допомогою команди `statplots[scatterplot]` пакета `stats`).

8. Знайти методом найменших квадратів рівняння квадратичної регресії ($y = ax^2 + bx + c$) для двох списків data4 і data8. За допомогою команди `display` з пакета `plots` зобразити в одній системі координат точковий графік для списків data4 і data8 та знайдену лінію регресії.

9. Створити списки intsp1:=[−2, 0, 1, 2, 2.5, 3, 4, 5, 7, 10] і intsp2:=[−3.2, −1.04, 0.56, 3.2, 5.6, 4.5, 3.2, 2.9, 2.7, 2.51], виконати інтерполяцію сплайнами і поліноміальну інтерполяцію, побудувати графіки отриманих функцій (не забувши задати відповідні діапазони по осям абсцис і ординат) та порівняти їх з графіком таблично заданої (списками data4 і data8) функції (для двох списків можна будувати точковий графік за допомогою команди `statplots[scatterplot]` пакета `stats` або команди `plot` з опцією `style=point`). Переконатись у тому, що многочленна інтерполяція неефективна для великої кількості вузлів інтерполяції (10).

10. Створити списки intsp3:=[−2, 0, 1, 2, 2.5] і intsp4:=[−3.2, −1.04, 0.56, 3.2, 5.6] (перші половини списків intsp1 і intsp2) і виконати для них всі дії з попереднього пункту. Переконатись у тому, що при невеликій кількості вузлів інтерполяції (5) многочленна інтерполяція є прийнятною.

11. Виконати інтерполяцію сплайнами для списків data4 і data8 (150 вузлів інтерполяції!) та зобразити графік отриманої функції.

12. Здійснити лінійне та квадратичне наближення методом найменших квадратів для списків intsp1 і intsp2 за допомогою пакета `CurveFitting`. Побудувати графіки.

13. Створити списки $\mathrm{intsp5} := [2, 2 + 1/3, 5/2, 3, 5, 6]$ і $\mathrm{intsp6} := [1, 4, 10, 2, 3, 5]$. Здійснити інтерполяцію раціональною функцією. В одній системі координат різним кольором побудувати точковий графік для списків intsp5, intsp6 і знайдену інтерполяційну функцію.

14. Побудувати функцію щільності нормального розподілу з середнім значенням 3 і середньоквадратичним відхиленням 2 на проміжку $[-4, 10]$.

Список рекомендованої літератури

1. Говорухин В. Компьютер в математическом исследовании: Maple, MATLAB, LaTeX / В. Говорухин, Б. Цибулин. – СПб.: Питер, 2001. – 624 с.
2. Дьяконов В. П. Maple 9.5/10 в математике, физике и образовании / В. П. Дьяконов – М.: СОЛОН-Пресс, 2006. – 720 с.
3. Матросов А. В. Maple 6. Решение задач высшей математики и механики / А. В. Матросов. – СПб.: BHV-Санкт-Петербург, 2001. – 528 с.
4. Прохоров Г. В. Пакет символьных вычислений Maple V / Г. В. Прохоров, М. А. Леденев, В. В. Колбеев. – М.: Петит, 1997. – 198 с.
5. Сдвижков О. А. Математика на компьютере: Maple 8 / О. А. Сдвижков. – М.: СОЛОН-Пресс, 2003. – 176 с.