

**ПЕРЕЛІК ПИТАНЬ,**  
**які виносяться на екзамен з навчальної дисципліни**  
**"Диференціальні рівняння"**  
для студентів другого курсу напряму підготовки "Прикладна математика"

**Звичайні диференціальні рівняння першого порядку**

1. Приклади задач, які приводять до звичайних диференціальних рівнянь.
2. Складання диференціальних рівнянь виключенням довільних сталих.
3. Диференціальні рівняння першого порядку, розв'язані відносно похідної. Основні поняття та означення.
4. Задача Коші для диференціального рівняння першого порядку, розв'язаного відносно похідної. Теореми Пеано, Пікара.
5. Класифікація розв'язків.
6. Диференціальні рівняння першого порядку, інтегровні у квадратурах:
  - 6.1. неповні диференціальні рівняння та звідні до них;
  - 6.2. рівняння з відокремленими та відокремлюваними змінними;
  - 6.3. однорідні рівняння;
  - 6.4. найпростіші рівняння, звідні до однорідних;
  - 6.5. лінійні рівняння;
  - 6.6. рівняння Бернуллі;
  - 6.7. рівняння у повних диференціалах;
  - 6.8. інтегрувальний множник.
7. Неявні диференціальні рівняння першого порядку:
  - 7.1. основні поняття та означення;
  - 7.2. задача Коші, теорема існування;
  - 7.3. рівняння степеня  $n$ ;
  - 7.4. рівняння, яке містить тільки похідну;
  - 7.5. рівняння, яке явно не містить шуканої функції;
  - 7.6. рівняння, яке явно не містять незалежної змінної;
  - 7.7. рівняння Лагранжа;
  - 7.8. рівняння Клеро.

**Звичайні диференціальні рівняння вищих порядків**

8. Основні поняття й означення. Задача Коші. Геометричне і механічне тлумачення задачі Коші для диференціального рівняння другого порядку. Теореми Пеано, Пікара.
9. Класифікація розв'язків.
10. Диференціальні рівняння, які допускають зниження порядку.
  - 10.1. рівняння, яке містить тільки незалежну змінну і похідну порядку  $n$  (два випадки);
  - 10.2. рівняння, яке не містить шуканої функції та кількох її послідовних похідних;
  - 10.3. рівняння, яке не містить незалежної змінної;
  - 10.4. рівняння, однорідні відносно шуканої функції та її похідних;
  - 10.5. рівняння, ліва частина яких є точною похідною.

11. Лінійні однорідні рівняння вищих порядків. Основні означення й поняття.
12. Властивості розв'язків лінійних однорідних рівнянь.
13. Лінійно залежні та лінійно незалежні функції. Приклади.
14. Необхідна умова лінійної залежності функцій.
15. Необхідна і достатня умова лінійної незалежності  $n$  розв'язків лінійного однорідного рівняння  $n$ -го порядку.
16. Формула Остроградського – Ліувілля.
17. Фундаментальна система розв'язків. Теорема про побудову загального розв'язку.
18. Побудова однорідного лінійного рівняння, яке має задану фундаментальну систему розв'язків.
19. Використання формули Остроградського – Ліувілля для знаходження загального розв'язку лінійного однорідного рівняння другого порядку.
20. Зниження порядку лінійного однорідного рівняння за допомогою лінійно незалежних частинних розв'язків.
21. Структура загального розв'язку лінійного неоднорідного рівняння (дві теореми).
22. Метод варіації довільних сталих.
23. Метод невизначених коефіцієнтів.
24. Однорідні лінійні рівняння вищих порядків зі сталими коефіцієнтами. Основні поняття й означення.
25. Метод Ейлера. Побудова загального розв'язку у випадку:
  - 25.1. простих дійсних характеристичних чисел;
  - 25.2. простих комплексних характеристичних чисел;
  - 25.3. кратних дійсних характеристичних чисел;
  - 25.4. кратних комплексних характеристичних чисел.
26. Рівняння, звідні до лінійних рівнянь зі сталими коефіцієнтами.
27. Крайові задачі для диференціальних рівнянь другого порядку.
28. Однорідна крайова задача. Теорема про єдиність та існування розв'язку.
29. Неоднорідна крайова задача. Функція Гріна (дві теореми).

### **Системи звичайних диференціальних рівнянь**

30. Основні поняття та означення. Задача Коші. Теореми Пікара, Пеано. Класифікація розв'язків системи.
31. Зведення диференціального рівняння  $n$ -го порядку до системи рівнянь першого порядку.
32. Зведення системи рівнянь першого порядку до диференціального рівняння  $n$ -го порядку (метод виключення).
33. Лінійні однорідні системи та властивості їх розв'язків.
34. Лінійна незалежність та лінійна залежність сукупності функцій. Приклади.
35. Необхідна умова лінійної незалежності сукупності функцій.
36. Необхідна і достатня умова лінійної незалежності розв'язків лінійної однорідної системи.
37. Формула Остроградського – Якобі. Наслідки з неї.
38. Фундаментальна система розв'язків. Основна теорема.

39. Лінійні системи диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами. Основні означення й поняття.
40. Метод Ейлера (випадок простих характеристичних чисел).
41. Метод Ейлера (випадок кратних характеристичних чисел)
42. Лінійні неоднорідні системи. Структура загального розв'язку неоднорідної системи.
43. Метод варіації довільних сталих.
44. Метод невизначених коефіцієнтів.

### **Структура екзаменаційного білету**

1 частина – 20 хв.

Тестові завдання (15 питань з чотирма варіантами відповіді) .

Максимальна оцінка – 15 балів

2 частина – 60 хв.

1. Теоретичне питання – 10 балів

2. Теоретичне питання – 10 балів

3. Задача – 15 балів