

Міністерство освіти і науки України
Прикарпатський національний університет
імені Василя Стефаника

О. В. Махней, Т. П. Гой

**МАТЕМАТИЧНЕ
ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ
АВТОМАТИЗАЦІЇ
ПРИКЛАДНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ**

Навчальний посібник
для студентів галузей знань
«Фізико-математичні науки»,
«Системні науки та кібернетика»
вищих навчальних закладів

Івано-Франківськ
2013

УДК 004.4:51
ББК 32.973.26-018.2
МЗ6

Рекомендовано Вченою радою факультету математики та інформатики Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника як навчальний посібник для студентів галузей знань «Фізико-математичні науки», «Системні науки та кібернетика» (протокол № 6 від 21 лютого 2013 р.).

Рецензенти:

Лютак І. З., доктор технічних наук, професор (Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу);

П'янило Я. Д., доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник (Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача);

Салій Я. П., доктор фізико-математичних наук, професор (Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника).

МЗ6 Махней О. В. Математичне забезпечення автоматизації прикладних досліджень : навчальний посібник / О. В. Махней, Т. П. Гой. – Івано-Франківськ : Сімик, 2013. – 304 с.

ISBN 978-966-8067-97-6

У книзі викладено навчальний курс з вивчення системи комп'ютерної математики Maple. Описано основи роботи з програмою, використання графічних можливостей, застосування комп'ютерної математики до розв'язування різних видів рівнянь та їх систем, задач математичного аналізу, лінійної алгебри, аналітичної геометрії, теорії ймовірностей і математичної статистики тощо. Детальний предметний покажчик дозволяє використовувати посібник як довідник.

Для студентів галузей знань «Фізико-математичні науки», «Системні науки та кібернетика». Буде корисним для студентів природничих та інженерно-технічних напрямів підготовки, аспірантів, науково-технічних працівників.

УДК 004.4:51
ББК 32.973.26-018.2

ISBN 978-966-8067-97-6

© О. В. Махней, Т. П. Гой, 2013.

Зміст

Передмова	9
Розділ 1. Інтерфейс користувача Maple	12
§ 1.1. Основи інтерфейсу	12
§ 1.2. Коментарі, меню, палітри	16
§ 1.3. Довідкова система	21
Питання до розділу 1	22
Розділ 2. Типи даних, змінні та вирази в Maple	23
§ 2.1. Числа та дії з ними	23
§ 2.2. Константи, змінні, вирази, команди і типи	26
§ 2.3. Основні математичні функції	31
§ 2.4. Помилки	33
§ 2.5. Рядки	35
§ 2.6. Послідовності	36
§ 2.7. Списки	39
§ 2.8. Множини	40
§ 2.9. Масиви	41
§ 2.10. Матриці і вектори	44
§ 2.11. Таблиці	47
Питання до розділу 2	48
Вправи до розділу 2	48
Розділ 3. Обчислення в Maple	49
§ 3.1. Обчислення виразів	49
§ 3.2. Створення функцій користувача	53
§ 3.3. Створення кускових функцій	54
§ 3.4. Команди для роботи з цілими і комплексними числами	55
Питання до розділу 3	58
Вправи до розділу 3	58
Розділ 4. Базова графіка	59
§ 4.1. Основи роботи з командою <code>plot</code>	59
§ 4.2. Опції команди <code>plot</code>	62

§ 4.3. Корисні поради для побудови графіків	69
§ 4.4. Тривимірна графіка	73
Питання до розділу 4	76
Вправи до розділу 4	76
Розділ 5. Аналітичні перетворення в Maple	77
§ 5.1. Структура виразів	77
§ 5.2. Перетворення типів	80
§ 5.3. Розкриття дужок, розклад многочлена на мно- жники, об'єднання виразів	82
§ 5.4. Зведення подібних доданків	85
§ 5.5. Скорочення і раціоналізація дробів	86
§ 5.6. Обмеження на невідомі	88
§ 5.7. Спрощення виразів	91
§ 5.8. Підстановки	94
§ 5.9. Команди <code>map</code> , <code>zip</code> , <code>select</code> , <code>remove</code> , <code>sort</code>	96
§ 5.10. Команди для роботи з многочленами	99
Питання до розділу 5	103
Вправи до розділу 5	103
Розділ 6. Застосування Maple до розв'язування задач математичного аналізу	104
§ 6.1. Границі послідовностей і функцій	104
§ 6.2. Суми, ряди і добутки	106
§ 6.3. Похідні функцій однієї змінної	107
§ 6.4. Частинні похідні	109
§ 6.5. Неперервність функцій та точки розриву	110
§ 6.6. Екстремуми, найбільше і найменше значення функцій однієї змінної	112
§ 6.7. Локальний та умовний екстремуми функцій ба- гатьох змінних	114
§ 6.8. Первісна і визначений інтеграл	117
§ 6.9. Формула Тейлора	119
Питання до розділу 6	120
Вправи до розділу 6	121

Розділ 7. Розв’язування рівнянь, нерівностей та їх систем у Maple	122
§ 7.1. Команда <code>solve</code> для розв’язування рівнянь та систем рівнянь	122
§ 7.2. Розв’язування нерівностей	126
§ 7.3. Команда <code>fsolve</code>	127
§ 7.4. Команди <code>isolve</code> , <code>rsolve</code> , <code>msolve</code>	129
§ 7.5. Відшукування точних розв’язків звичайних диференціальних рівнянь	131
§ 7.6. Наближене розв’язування звичайних диференціальних рівнянь	135
§ 7.7. Відшукування точних розв’язків диференціальних рівнянь з частинними похідними	136
§ 7.8. Наближене розв’язування диференціальних рівнянь з частинними похідними	139
§ 7.9. Розв’язування інтегральних рівнянь	142
Питання до розділу 7	144
Вправи до розділу 7	144
Розділ 8. Основи програмування в Maple	146
§ 8.1. Maple-мова програмування	146
§ 8.2. Оператор розгалуження	147
§ 8.3. Цикли	149
§ 8.4. Процедури	153
Питання до розділу 8	159
Вправи до розділу 8	159
Розділ 9. Робота з пакетами	160
Питання до розділу 9	165
Розділ 10. Застосування Maple до розв’язування задач лінійної алгебри	166
§ 10.1. Вектори та операції з ними	166
§ 10.2. Матриці та операції з ними	169
§ 10.3. Визначники матриці, мінори та алгебричні доповнення	174

§ 10.4. Функції від матриць	175
§ 10.5. Спектральний аналіз матриць	177
§ 10.6. Матричні рівняння (системи лінійних алгебри- чних рівнянь)	179
§ 10.7. Додаткові можливості пакета <code>linalg</code>	181
Питання до розділу 10	183
Вправи до розділу 10	183
Розділ 11. Спеціальні засоби для відображення графіки	185
§ 11.1. Побудова графіків функцій однієї змінної	185
§ 11.2. Графіки розв'язків звичайних диференціаль- них рівнянь	188
§ 11.3. Побудова плоских областей	190
§ 11.4. Функція щільності, лінії рівня, поле градієнтів і векторне поле на площині	193
§ 11.5. Побудова графіків функцій у просторі	197
§ 11.6. Лінії рівня, поле градієнтів і векторне поле у просторі	204
§ 11.7. Анімація	207
§ 11.8. Створення написів і об'єднання кількох рисун- ків в один	209
Питання до розділу 11	211
Вправи до розділу 11	211
Розділ 12. Спеціальні засоби для графічного ві- дображення розв'язків диференціальних рів- нянь	213
§ 12.1. Команда <code>DEplot</code>	213
§ 12.2. Додаткові можливості пакета <code>DEtools</code> для гра- фічного подання розв'язків	218
§ 12.3. Команда <code>PDEplot</code>	221
Питання до розділу 12	225
Вправи до розділу 12	225

Розділ 13. Використання спеціальних пакетів для інтегрування функцій багатьох змінних	226
§ 13.1. Подвійні інтеграли	226
§ 13.2. Потрійні інтеграли	228
§ 13.3. Криволінійні інтеграли першого роду	231
§ 13.4. Криволінійні інтеграли другого роду	234
§ 13.5. Поверхневі інтеграли першого роду	236
§ 13.6. Поверхневі інтеграли другого роду	238
Питання до розділу 13	239
Вправи до розділу 13	240
Розділ 14. Застосування Maple до розв'язування задач аналітичної геометрії на площині	241
§ 14.1. Створення геометричних об'єктів	241
§ 14.2. Візуалізація графічних об'єктів	244
§ 14.3. Визначення характеристик і взаємного розташування геометричних об'єктів	245
§ 14.4. Створення нових геометричних об'єктів за допомогою існуючих	247
Питання до розділу 14	251
Вправи до розділу 14	251
Розділ 15. Застосування Maple до розв'язування задач аналітичної геометрії у просторі	253
§ 15.1. Створення геометричних об'єктів	253
§ 15.2. Визначення характеристик і взаємного розташування геометричних об'єктів	255
§ 15.3. Створення нових геометричних об'єктів за допомогою існуючих	256
Питання до розділу 15	258
Вправи до розділу 15	259
Розділ 16. Теорія ймовірностей і математична статистика (пакет stats)	260
§ 16.1. Генерація випадкових об'єктів	260
§ 16.2. Статистичні списки і підпакети	262

§ 16.3. Підпакет <code>describe</code>	263
§ 16.4. Підпакет <code>fit</code>	266
§ 16.5. Підпакет <code>transform</code>	267
§ 16.6. Підпакет <code>random</code>	269
§ 16.7. Підпакет <code>statevalf</code>	271
§ 16.8. Підпакет <code>statplots</code>	274
Питання до розділу 16	276
Вправи до розділу 16	276
Розділ 17. Деякі пакети Maple	278
§ 17.1. Комбінаторика	278
§ 17.2. Пакет <code>simplex</code>	283
§ 17.3. Спеціальні засоби для наближеного розв'язу- вання рівнянь і систем рівнянь	284
§ 17.4. Інтерполяція та апроксимація	286
Питання до розділу 17	289
Вправи до розділу 17	290
Список рекомендованої літератури	291
Предметний покажчик	293

Передмова

Комп'ютерна математика – новий і перспективний напрям, який виник на стику математики і інформатики. Під комп'ютерною математикою розуміють сукупність теоретичних, алгоритмічних, апаратних і програмних засобів, призначених для ефективного розв'язування на комп'ютерах математичних задач майже необмеженої складності з високим рівнем візуалізації всіх етапів обчислень.

Важливим аспектом комп'ютерної математики є математичне забезпечення автоматизації прикладних досліджень за допомогою таких новітніх математичних систем, як-от MathCAD, Mathematica, Maple, MATLAB, Scilab, Octave, Maxima, Sage, Derive та ін. Використання цих математичних систем позбавляє від рутинної роботи обчислювального характеру й аналітичних перетворень при розв'язуванні різноманітних математичних задач. Без застосування систем комп'ютерної математики вже неможливо уявити як числові, так і аналітичні розрахунки в науково-дослідницьких роботах. Однак завдяки потужній графіці, засобам візуального програмування й використанню техніки мультимедіа роль систем комп'ютерної математики виходить далеко за межі автоматизації тільки математичних розрахунків і прикладних досліджень. Можливість підготовки в системах комп'ютерної математики документів і електронних книг, забезпечених наочними графічними ілюстраціями й ілюстративними прикладами, робить ці системи незамінними в освіті. Вони стали зручними і надійними помічниками для досвідчених користувачів і засобом надання математичних знань для початківців.

Одним з найбільш популярних і потужних є пакет аналітичних обчислень і числових розрахунків Maple. Проект створення системи Maple з'явився в університеті м. Ватерлоо (Канада) у 1980 році. У 1988 році було створено об'єднання Waterloo Maple Inc., яке до теперішнього часу успішно керує координа-

цією зусиль розробників з багатьох країн світу з розвитку та підтримки Maple. Зараз це об'єднання більше відоме під ім'ям свого підрозділу і торгової марки Maplesoft. Майже щороку виходить нова версія Maple (остання версія Maple 16 вийшла 28 березня 2012 р.).

У даний час система Maple стала пріоритетним засобом числових і символічних обчислень у багатьох провідних університетах і науково-дослідних установах світу.

У цій книзі викладено навчальний курс з вивчення системи комп'ютерної математики Maple. Описано основи роботи з програмою, використання графічних можливостей, застосування до розв'язування різних видів рівнянь та їх систем, задач математичного аналізу, лінійної алгебри, аналітичної геометрії, теорії ймовірностей і математичної статистики тощо. Всі розглянуті теми проілюстровано прикладами. Вони дадуть читачу можливість краще засвоїти широкий спектр засобів Maple для розв'язування багатьох прикладних задач. Детальний предметний покажчик дозволяє використовувати посібник як довідник.

Студенти галузей знань, яким адресований цей посібник, зможуть використовувати його з таких нормативних та вибіркових навчальних дисциплін, як «Програмування», «Математичне забезпечення систем автоматизації прикладних досліджень», «Математичне програмне забезпечення», «Числові методи», «Практикум з розв'язування задач на ЕОМ», «Дослідження операцій» та інших.

Для роботи з більшою частиною розглянутих тем достатньо версії Maple 7. Розділ 13 і § 17.3 вимагають версії, не нижчої за Maple 9.5.

Матеріал посібника підібрано так, щоб створити основу для подальшого самостійного опанування системи Maple у потрібному користувачеві напрямку. Автори не мали на меті описати всі команди та можливості Maple. Для глибшого ознайомлення з можливостями Maple радимо ознайомити-

ся з літературою, яку наведено у кінці посібника, де деякі питання розкриті по-іншому або більш повно. Багато цікавої інформації можна отримати із сайту компанії-розробника <http://www.maplesoft.com>, де є, зокрема, ілюстративні навчальні матеріали, а також матеріали з розв'язування практичних задач.