

Прикарпатський національний університет  
імені Василя Стефаника

# ТЕОРІЯ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ

(ЛАБОРАТОРНИЙ ПРАКТИКУМ З НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ)

СПЕЦІАЛЬНОСТІ: 113 ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА,  
121 ІНЖЕНЕРІЯ ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ  
ВИКЛАДАЧІ: МАЗУРЕНКО ВІКТОР ВОЛОДИМИРОВИЧ,  
МАХНЕЙ ОЛЕКСАНДР ВОЛОДИМИРОВИЧ

УДК 004.43:519.71

ББК 22.18

М13

*Рекомендовано Вченою радою факультету математики та інформатики Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника як навчальний посібник для студентів спеціальності «прикладна математика» (протокол № 4 від 2 травня 2023 р.).*

**Рецензенти:**

*Дмитришин М.І.*, доктор фізико-математичних наук, професор (Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника);

*Савка І.Я.*, кандидат фізико-математичних наук, старший викладач (Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника).

**М13 Мазуренко В.В., Махней О.В. Теорія автоматичного керування** : лабораторний практикум з навчальної дисципліни. Івано-Франківськ : Голіней, 2023. 32 с.

Наведено завдання і методичні рекомендації до виконання лабораторних робіт з теорії автоматичного керування в системі комп'ютерної математики.

Для студентів спеціальності «прикладна математика». Може бути корисним для студентів галузей знань «математика і статистика» та «інформаційні технології».

## ЗМІСТ

---

ПЕРЕДМОВА .....	4
Лабораторна робота 1. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ САК .....	5
Лабораторна робота 2. ПЕРЕТВОРЕННЯ СТРУКТУРНИХ СХЕМ САК .....	8
Лабораторна робота 3. АНАЛІЗ ТИПОВИХ ЛАНОК САК (I) .....	13
Лабораторна робота 4. АНАЛІЗ ТИПОВИХ ЛАНОК САК (II) .....	17
Лабораторна робота 5. ДОСЛІДЖЕННЯ СТІЙКОСТІ САК .....	21
Лабораторна робота 6. ДОСЛІДЖЕННЯ ЯКОСТІ САК .....	26
СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ .....	31

## ПЕРЕДМОВА

---

Теорія автоматичного керування — це розділ технічної кібернетики, що вивчає закономірності керування різноманітними технічними пристроями, технологічними процесами, економічними виробництвами тощо, які називають системами автоматичного керування (САК).

Цей лабораторний практикум містить завдання і методичні рекомендації для виконання шести лабораторних робіт з теорії автоматичного керування засобами системи комп'ютерної математики MatLab (Matrix Laboratory). В разі використання trial-версії MatLab, навчальна дисципліна вивчається блоком впродовж півсеместру з подвоєним тижневим навантаженням. Ще однією альтернативою є використання вільно поширюваної системи комп'ютерної математики SciLab, яка надає схожу на MatLab мову написання сценаріїв і відповідний набір функцій для моделювання та імітації систем автоматичного керування, а також підтримує сценарії, написані для MatLab.

Лабораторні роботи охоплюють математичне моделювання систем автоматичного керування, перетворення їх структурних схем, аналіз типових (елементарних) динамічних ланок, дослідження стійкості та якості систем автоматичного керування, їх аналіз і синтез.

Лабораторний практикум написаний на основі узагальнення досвіду авторів викладання навчальної дисципліни «Теорія керування» і призначений для студентів спеціальності «прикладна математика». Може бути корисним для студентів галузей знань «математика і статистика» та «інформаційні технології».

## 1. ЗАСОБИ МОДЕЛЮВАННЯ САК

У системі MatLab (Matrix Laboratory) є два основні засоби моделювання систем автоматичного керування (САК) — це використання комплекту інструментів Control System Toolbox (CST) та візуального середовища імітаційного моделювання Simulink.

CST пропонує відповідні інструменти для побудови, аналізу і синтезу лінійних стаціонарних САК — LTI-моделей (Linear Time Invariant Models), котрі можуть бути як одновимірними SISO-моделями (Single Input – Single Output), так і багатовимірними МІМО-моделями (Multiple Input – Multiple Output). Simulink дозволяє використовувати вже готові бібліотеки блоків для візуального моделювання САК і вирішувати весь спектр задач від розробки концепції моделі аж до її імітації.

LTI-моделі в CST можуть бути представлені у трьох основних формах:

- з допомогою передавальної функції (Transfer Function):  $tf(num, den)$ , де масиви  $num$  і  $den$  визначають коефіцієнти в чисельнику і знаменнику передавальної функції;
- з допомогою нулів, полюсів і коефіцієнта підсилення (Zero-Pole-Gain):  $zpk(z, p, k)$ , де масиви  $z$ ,  $p$  і  $k$  визначають нулі, полюси і коефіцієнт підсилення передавальної функції;
- у просторі станів (State Space):  $ss(A, B, C, D)$ , де  $A$ ,  $B$ ,  $C$  і  $D$  визначають відповідно матриці станів, керуючих впливів, спостережень і прямого зв'язку спостереження-керування.

Усі три форми LTI-моделей дозволяють маніпулювати з лінійними САК як цілим об'єктом, а не набором даних у вигляді векторів чи матриць. Для аналізу САК у CST можна використовувати такі функції: `tfddata`, `series`, `parallel`, `feedback`, `append`, `pole`, `zero`, `minreal`, `pzmap`, `roots`, `poly`, `conv`, `polyval`, `rlocus`, опис яких можна знайти в розділі Help (F1).

## 2. ЗАВДАННЯ НА ЛАБОРАТОРНУ РОБОТУ

Динаміка САК описується звичайним диференціальним рівнянням першого порядку у стандартній формі

$$Ty'(t) + y(t) = ku(t), \quad y(0) = y_0, \quad (1)$$

де варіанти значень часового коефіцієнта  $T$ , коефіцієнта підсилення  $k$  та початкового значення  $y_0$  наведені в таблиці 1 нижче,  $y(t)$  та  $u(t)$  — вихідний і вхідний сигнали відповідно.

Виконати такі завдання:

1. Написати сценарій `rib_lab1_dm.m` (`rib` — ваші ініціали) аналізу диференціальної моделі САК в CST, виконавши наступні кроки:
  - (a) розв'язати диференціальну модель (`dsolve`) і знайти перехідну  $h(t)$  та імпульсну перехідну (вагову)  $w(t)$  функції  
(перехідну функцію для диференціального рівняння  $x'(t) + ax(t) = bu(t)$  можна

- шукати як розв'язок початкової задачі  $x'(t) + ax(t) = b$ ,  $x(0) = 0$ , а імпульсну перехідну функцію — як розв'язок задачі  $x'(t) + ax(t) = 0$ ,  $x(0) = b$ ;
- (b) побудувати відповідні часові характеристики;
  - (c) побудувати часові характеристики в одній системі координат;
  - (d) застосувати перетворення Лапласа до імпульсної перехідної функції  $w(t)$  (`laplace(w)`).
2. Побудувати візуальну модель `rib_lab1_dm.mdl` в Simulink:
- (a) для побудови моделі використати такі блоки з бібліотеки Simulink Library, як Sources (Step, Constant), MathOperations (Gain, Add), Continuous (Derivative, Integrator), Sinks (Scope); налаштувати параметри блоків;
  - (b) виконати імітацію моделі і отримати перехідну та імпульсну перехідну функції на осцилографі.
3. Написати сценарій `rib_lab1_tf.m` аналізу tf-моделі САК, виконавши наступні кроки:
- (a) побудувати tf-модель у вигляді передавальної функції в зображеннях Лапласа  $W(s)$ ;
  - (b) порівняти отриману модель з результатом виконання команди `laplace(w)` зі сценарію `rib_lab1_dm.m`;
  - (c) обчислити нулі і полюси функції  $W(s)$ ;
  - (d) побудувати часові характеристики (step, impulse) в одній системі координат;
  - (e) порівняти результат з п. 1c;
  - (f) перетворити tf-модель у zpk-модель (команда `zpk`).
4. Побудувати візуальну tf-модель `rib_lab1_tf.mdl` в Simulink, додатково використовуючи блок Continuous/TransferFcn і порівняти результати імітації моделі з п. 2.
5. Написати сценарій `rib_lab1_zpk.m` для аналізу zpk-моделі САК, виконавши наступні кроки:
- (a) побудувати zpk-модель, використавши інформацію з п. 3c про нулі і полюси передавальної функції в зображеннях Лапласа  $W(s)$ ;
  - (b) порівняти отриману модель з результатом виконання команди `zpk` зі сценарію `rib_lab1_tf.m`;
  - (c) побудувати часові характеристики в одній системі координат;
  - (d) порівняти результат з п. 1c;
  - (e) перетворити zpk-модель у ss-модель (команда `ss`).
6. Побудувати візуальну zpk-модель `rib_lab1_zpk.mdl` в Simulink, додатково використовуючи блок Continuous/Zero-Pole і порівняти результати імітації моделі з п. 2.
7. Написати сценарій `rib_lab1_ss.m` для аналізу ss-моделі САК, виконавши наступні кроки:
- (a) побудувати ss-модель;
  - (b) порівняти отриману модель з результатом виконання команди `ss` у сценарії `rib_lab1_zpk.m`;
  - (c) побудувати часові характеристики в одній системі координат.

8. Побудувати візуальну ss-модель `rib_lab1_ss.mdl` в Simulink, додатково використовуючи блок Continuous/State-Space з нульовою і ненульовою початковими умовами і порівняти результати імітації моделі з п. 2.

Таблиця 1 Варіанти завдань

Варіант	$T$	$k$	$y_0$	Варіант	$T$	$k$	$y_0$
1	0.1	6.6	3.0	16	1.1	6.6	1.0
2	0.2	6.2	2.5	17	1.2	6.2	1.5
3	0.3	5.8	2.0	18	1.3	5.8	2.0
4	0.4	5.4	1.5	19	1.4	5.4	2.5
5	0.5	5.0	1.0	20	1.5	5.0	3.0
6	0.6	4.6	3.0	21	0.1	4.6	1.0
7	0.7	4.2	2.5	22	0.2	4.2	1.5
8	0.8	3.8	2.0	23	0.3	3.8	2.0
9	0.9	3.4	1.5	24	0.4	3.4	2.5
10	1.0	3.0	1.0	25	0.5	3.0	3.0
11	1.1	2.6	3.0	26	0.6	2.6	1.0
12	1.2	2.2	2.5	27	0.7	2.2	1.5
13	1.3	1.8	2.0	28	0.8	1.8	2.0
14	1.4	1.4	1.5	29	0.9	1.4	2.5
15	1.5	1.0	1.0	30	1.0	1.0	3.0

### 3. ЗВІТ ПО ЛАБОРАТОРНІЙ РОБОТІ

Зміст звіту:

1. Титульний аркуш зі стандартними атрибутами.
2. Сценарії аналізу моделей САК з часовими характеристиками.
3. Візуальні (імітаційні) моделі САК з часовими характеристиками.
4. Висновки.





## СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

---

1. Бахрушин В.Є., Огаренко Т.Ю. Теорія керування: навч. посіб. – Запоріжжя: КПУ, 2014. – 224 с.
2. Гайдук А.Р., Беляев В.Е., Пьявченко Т.А. Теория автоматического управления в примерах и задачах с решениями в MATLAB: Учебное пособие. – 2-е изд. – СПб: Лань, 2011. – 464 с.
3. Ким Д.П. Теория автоматического управления. Т.1. Линейные системы. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 288 с.
4. Лазарев Ю.Ф. Довідник з MATLAB / Електронний навчальний посібник з курсового і дипломного проектування. – К.: НТУУ "КПІ 2013. – 132 с.
5. Мартяков А.И. Теория автоматического управления: Сборник задач и упражнений. – М.: МГИУ, 2008. – 147 с.
6. Попович М.Г., Ковальчук О.В. Теорія автоматичного керування: Підручник. – 2-ге вид. – К.: Либідь, 2007. – 656 с.
7. Соколов Ю.Н. Функции MATLAB в задачах анализа и проектирования систем управления: Учеб. пособие. – Харьков: НАУ "ХАИ 2004. – 93 с.
8. Худолей Г.М. Теорія автоматичного управління: конспект лекцій у 2 ч. Ч.1. Аналіз лінійних систем автоматичного управління. – Суми: СДУ, 2016. – 179 с.