

Міністерство освіти і науки України
ДВНЗ «Прикарпатський національний університет
імені Василя Стефаника»

Т. П. Гой, О. В. Махней,
М. П. Негрич, М. М. Симолюк

**ПРАКТИКУМ З
ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ**

Частина 2.

**ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ
ВИЩИХ ПОРЯДКІВ, СИСТЕМИ
ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ**

Навчальний посібник
для студентів спеціальностей
«Математика», «Прикладна математика»,
«Статистика», «Середня освіта (математика)»
вищих навчальних закладів

Івано-Франківськ
2019

УДК 517.9
ББК 22.161.6
Г 59

Рекомендовано Вченою радою ДВНЗ «Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника» як навчальний посібник для студентів спеціальностей «Математика», «Прикладна математика», «Статистика», «Середня освіта (математика)» (протокол № 3 від 24 жовтня 2019 р.).

Рецензенти:

Ільків В. С., доктор фізико-математичних наук, професор (Національний університет «Львівська політехніка»);

Малицька Г. П., кандидат фізико-математичних наук, доцент (Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника).

Г 59 Гой Т. П. Практикум з диференціальних рівнянь.

Ч. 2. Диференціальні рівняння вищих порядків, системи диференціальних рівнянь : навчальний посібник / Т. П. Гой, О. В. Махней, М. П. Негрич, М. М. Симолюк. — Івано-Франківськ : Голіней, 2019. — 176 с.

Посібник містить короткий теоретичний матеріал, приклади розв'язування типових задач, підбір задач для практичних занять і самостійної роботи з диференціальних рівнянь. Містить понад 70 прикладів і задач з детальним розв'язуванням.

Для студентів спеціальностей «Математика», «Прикладна математика», «Статистика», «Середня освіта (математика)». Може бути корисним для студентів інженерно-технічних та природничих спеціальностей.

УДК 517.9
ББК 22.161.6

© Т. П. Гой, О. В. Махней, М. П. Негрич, М. М. Симолюк, 2019

Зміст

Передмова	4
1. Диференціальні рівняння вищих порядків, які інтегруються у квадратурах або допускають зниження порядку (частина 1)	6
2. Диференціальні рівняння вищих порядків, які інтегруються у квадратурах або допускають зниження порядку (частина 2)	15
3. Лінійні диференціальні рівняння вищих порядків . . .	23
4. Лінійні однорідні диференціальні рівняння n -го порядку зі сталими коефіцієнтами та звідні до них . . .	33
5. Лінійні однорідні диференціальні рівняння другого порядку	41
6. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння n -го порядку (частина 1)	50
7. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння n -го порядку (частина 2)	60
8. Крайові задачі для диференціальних рівнянь другого порядку	67
9. Лінійні системи диференціальних рівнянь: метод виключення	78
10. Метод Ейлера розв'язування лінійних однорідних систем зі сталими коефіцієнтами	88
11. Лінійні неоднорідні системи диференціальних рівнянь	103
12. Стійкість лінійних диференціальних систем	114
13. Стійкість нелінійних диференціальних систем	124
14. Особливі точки на фазовій площині	135
15. Рівняння з частинними похідними першого порядку (лінійні однорідні рівняння)	154
16. Рівняння з частинними похідними першого порядку (лінійні неоднорідні рівняння)	162
Список рекомендованої літератури	172
Таблиця основних інтегралів	175

Передмова

Пропонований практикум складається з двох частин. Матеріал першої частини охоплює диференціальні рівняння першого порядку, другої частини — диференціальні рівняння вищих порядків, системи диференціальних рівнянь, основи теорії стійкості, рівняння з частинними похідними першого порядку.

Автори мають на меті познайомити студентів з основними типами диференціальних рівнянь, методами їх розв'язування, показати приклади широкого застосування диференціальних рівнянь у моделюванні різноманітних явищ і процесів.

Друга частина практикуму містить 16 тем. До кожної теми наведено короткі теоретичні відомості, рекомендована література, розв'язані типові задачі, запропоновані вправи для проведення практичних занять (помічені буквою «А») і для самостійного розв'язування (помічені буквою «С»). Кінець розв'язаних прикладів та задач позначається символом ■, але у тих випадках, де була можливість «загубити» відповідь серед тексту, її написано в кінці прикладу чи задачі. У кінці кожної теми подано відповіді до вправ.

Значна кількість вправ для аудиторної роботи надає можливість викладачу методично вдало здійснити підбір завдань для проведення практичних занять, самостійних та контрольних робіт, а студентам — широкі можливості для активної самостійної роботи.

На нашу думку, пропонований практикум сприятиме виробленню та вдосконаленню у студентів практичних навичок розв'язування та дослідження диференціальних рівнянь, вміння будувати диференціальні моделі різноманітних явищ і процесів, активізує навчальний процес при вивченні навчальної дисципліни «Диференціальні рівняння», спонукатиме студентів до самостійної роботи, саморозвитку та самовдосконалення.

Автори висловлюють вдячність рецензентам: доктору

фізико-математичних наук, професору Володимиру Степановичу Ільківу та кандидату фізико-математичних наук, доценту Ганні Петрівні Малицькій за зауваження та корисні поради, які сприяли покращенню цього посібника.